

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND II.

I. *Ueber discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen; von A. Oberbeck.*(Vorgetragen in der Sitzung der phys. Gesellschaft zu Berlin
am 11. Mai 1877.)

1. Als discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen pflegt man solche Bewegungserscheinungen zu bezeichnen, bei welchen die Geschwindigkeit nicht durch den ganzen, von der Flüssigkeit erfüllten Raum eine stetige Function des Ortes ist. Es kommen bei denselben also innerhalb der Flüssigkeit Flächen vor, welche Gebiete von einander trennen, in denen die Geschwindigkeiten sich um endliche Grössen unterscheiden. Die Grundlagen der Theorie dieser Bewegungen sind zuerst von Helmholtz¹⁾ gegeben worden. Nimmt man an, dass für stationäre Flüssigkeitsbewegungen ein Geschwindigkeitspotential (φ) existirt, so lassen sich die hydrodynamischen Differentialgleichungen in die eine Gleichung zusammenfassen:

$$p = C - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\}.$$

Helmholtz hat nun gezeigt, dass der Druck p und infolge dessen die Geschwindigkeit discontinuirliche Functionen der Coordinaten sein können, und dass es eine grosse Anzahl von Bewegungserscheinungen gibt, für welche die Annahme einer discontinuirlichen Function nothwendig wird. Besonders ist dann diese Theorie von Helmholtz und von Kirchhoff²⁾ auf Flüssigkeitsstrahlen angewandt

1) Berl. Monatsber. 1868. p. 215—228.

2) Crelle J. LXX. p. 289—299.

worden, und ist es gelungen die Grenzen freier Strahlen unter den folgenden Voraussetzungen anzugeben:

1) Auf die Flüssigkeit wirkt keine beschleunigende Kraft.

2) Die Bewegung ist stationär.

3) Dieselbe hängt nur von zwei Variabeln x und y ab, ist also überall einer festen Ebene parallel.

Wenn es in anderen Fällen, z. B. für Strahlen, welche um eine Axe symmetrisch sind, oder welche unter dem Einfluss der beschleunigenden Kraft der Schwere stehen, noch nicht gelungen ist die freien Grenzen durch Rechnung zu bestimmen, so liegt dies nur an der analytischen Schwierigkeit. Im ganzen kann man ihren Verlauf indess schon nach den bisher aufgefundenen Resultaten übersehen.

Die angeführten, mathematischen Untersuchungen gelten ebenso wohl für Flüssigkeitsstrahlen, welche von ruhender Luft, als auch für solche, welche von der gleichen, ruhenden Flüssigkeit begrenzt sind. Bei der wirklichen Herstellung solcher Flüssigkeitsstrahlen macht es natürlich einen grossen Unterschied, ob man Wasser in Luft, oder Wasser in Wasser strömen lässt. In beiden Fällen treten störende Umstände ein, auf welche die mathematische Theorie keine Rücksicht nimmt. Am ausführlichsten untersucht sind die freien in Luft eintretenden Wasserstrahlen.¹⁾ Es kommen hierbei Strahlbildungen vor, wie man sie nach der Theorie erwarten muss. Andererseits ist es aber bekannt, dass die Wasserstrahlen wesentlich beeinflusst werden durch die Capillarspannungen der freien Oberfläche, und dass sie sich infolge dessen in gewissen Entfernungen von der Ausflussöffnung in Tropfen auflösen.

Lässt man eine tropfbare Flüssigkeit in eine gleichartige, ruhende Flüssigkeit einströmen, so fallen zwar diese Capillarwirkungen fort; dafür muss aber ein anderes

1) Ausser den älteren Versuchen von Bidone und Savart besonders Magnus, Pogg. Ann. XCV und CVI.

störendes Moment — die Reibung — die Erscheinungen beeinflussen. Die Reibung ist bisher bei den discontinuirlichen Flüssigkeitsbewegungen nicht in Betracht gezogen worden. Versucht man dies, so stösst man auf eine eigenthümliche Schwierigkeit, welche den Verfasser veranlasste, diese Flüssigkeitsbewegungen experimentell zu untersuchen.

2. Bekanntlich lässt sich die Theorie der Reibung der Flüssigkeiten aus der zuerst von Newton¹⁾ aufgestellten Annahme entwickeln, dass die verzögernde resp. beschleunigende Wirkung zweier Flüssigkeitstheile, welche mit verschiedenen Geschwindigkeiten aneinandervorüberfliessen, ihrer relativen Geschwindigkeit proportional ist. Besonders hat O. E. Meyer²⁾ aus dieser Hypothese die allgemeinen Differentialgleichungen für die Bewegung von Flüssigkeiten entwickelt.

Nimmt man an, dass alle Theile der bewegten Flüssigkeit parallele Bahnen etwa in Richtung der y -Axe durchlaufen, und dass ihre Geschwindigkeiten v nur Functionen von x sind, dass endlich μ der Reibungscoefficient ist, so wird die Wirkung zweier benachbarter Theile auf einander dargestellt durch den Ausdruck:

$$\pm \mu \frac{dv}{dx}.$$

Ist v eine discontinuirliche Function von x , so wird an der betreffenden Stelle der Differentialquotient unendlich gross. Zwei benachbarte Theile würden also eine unendlich grosse Wirkung auf einander ausüben. Befindet sich daher das eine Flüssigkeitstheilchen in Ruhe, während ein benachbartes, welches einem Strahl angehört, mit einer durch äussere Einwirkung ihm mitgetheilten, constanten Geschwindigkeit bei dem ersten vorbeiströmt, so müsste das erstere sofort an der Bewegung des zweiten theilnehmen, das zweite dagegen einen endlichen Bruch-

1) Newton, Mathematische Principien der Naturlehre. Deutsch von Wolfers. Berlin 1872. p. 368.

2) Crelle J. LIX. p. 229—303 und Pogg. Ann. CXIII. p. 68—69.

theil seiner Geschwindigkeit verlieren. Der Strahl müsste daher sehr schnell die umliegende, ruhende Flüssigkeit mit in Bewegung setzen. Es muss hiernach zweifelhaft erscheinen, ob sich scharf abgegrenzte Strahlen, wie sie die oben besprochene Theorie folgert, in einer der Reibung unterworfenen Flüssigkeit bilden können.

Die wenigen, bisher über diese Frage angestellten Versuche schienen diese Vermuthung zu bestätigen. Besonders bemerkenswerth ist eine Untersuchung von Magnus.¹⁾ Derselbe liess aus einer cylindrischen Oeffnung reines Wasser in eine verdünnte Salzlösung einströmen und leitete durch eine in eine feine Spitze ausgezogene Glasröhre eine kleine Quantität des einströmenden Wassers in der Nähe der Oeffnung ab. Die aufgefangene Flüssigkeit wurde auf ihren Salzgehalt untersucht. Man konnte aus demselben berechnen, inwieweit sich die einströmende Flüssigkeit mit der zuvor in dem Gefäss befindlichen gemischt hatte. Hierbei ergab sich, dass von keiner Stelle der einströmenden Flüssigkeit reines Wasser abgeleitet werden konnte, dass also stets die ursprünglich ruhende Flüssigkeit von der bewegten mitgerissen worden war.

Auch die analogen Fälle der Luft- und Rauchstrahlen, sowie der freien Wasserstrahlen in Luft beweisen, dass man es bei denselben mit Erscheinungen von sehr geringer Stabilität zu thun hat. Es ist bekannt, wie empfindlich dieselben häufig gegen die schwachen, periodischen Störungen der Schallwellen sind.²⁾

Es schien mir daher von Interesse, die Bildung von Wasserstrahlen in Wasser genauer zu untersuchen und dabei eine Methode zu benutzen, welche besser gestattet den Verlauf der Bewegungserscheinungen zu verfolgen, als dies bei den Versuchen von Magnus möglich war.

1) Pogg. Ann. LXXX. p. 1—40.

2) J. Tyndall, Der Schall; herausgegeben von Helmholtz und Wiedemann. Braunschweig 1869. p. 289—292.

Am einfachsten lässt sich dieser Zweck dadurch erreichen, dass man schwach gefärbtes Wasser in farbloses einströmen lässt. Als Färbungsmittel diene das Fuchsin. Es ist bekannt, dass man mit einer sehr geringen Menge dieses Stoffes schon eine intensiv rothe Färbung erhält, ohne dass man befürchten müsste, hierdurch das specifische Gewicht des Wassers erheblich zu verändern. Bei den ersten hiermit angestellten Versuchen ergab sich, dass sich die Strahlen der gefärbten Flüssigkeit schon in ganz geringen Entfernungen von der Ausflussöffnung in röthliche Wolken und Tropfen auflösten, die sich mit der ruhenden Flüssigkeit mischten und dieselbe mit sich fort-rissen. Bei weiterer Untersuchung gelang es aber, Bedingungen zu ermitteln, unter welchen sich wirkliche Strahlen von bedeutender Länge und scharfer Begrenzung bildeten. Dieselben waren von grosser Stabilität, so dass kleine Störungen nur einen schnell verschwindenden Einfluss auf ihren Verlauf hatten. Am vorderen Ende dieser Strahlen bildeten sich eigenthümliche Strömungsflächen, welche den Einfluss der Reibung deutlich erkennen liessen. Diese Bewegungserscheinungen sind von auffallender Schönheit und Zartheit, wovon sich ein Jeder überzeugen wird, der die leicht zu wiederholenden Versuche selbst anstellt.

Da die in der Einleitung erwähnten, theoretischen Untersuchungen, die Modificationen der Strahlen durch feste Körper behandeln, und besonders Kirchhoff hierzu eine Reihe interessanter Beispiele gibt, so wurde auch diese Frage mit in Betracht gezogen. Es bildeten sich auch hierbei sehr stabile Strahlfiguren, welche mit den aus der Theorie gefolgerten mehr Aehnlichkeit hatten, als man hätte erwarten sollen.

3. Die Versuche wurden mit dem folgenden, einfachen Apparat ausgeführt.

Ein Glasgefäss (Taf. I, Fig. 1) von etwa 60 Ctm. Höhe und 12 Ctm. Durchmesser war mit Wasser gefüllt. In dasselbe ging von einem Trichter durch einen Kautschuckschlauch, Glashahn und eine Glasröhre eine Leitung. Der

Trichter sowie die ganze Röhrenleitung waren mit der gefärbten Flüssigkeit gefüllt. Nach Füllung des Glas-cylinders, an dessen Stelle man allenfalls auch ein grösseres Becherglas benutzen kann, mit Wasser, muss längere Zeit gewartet werden, bis die Bewegung des Wassers sich durch Reibung zerstört hat. Am besten gelingen die Versuche, wenn das Wasser sich mehrere Stunden in dem Cylinder befunden hat, da dann auch keine Strömungen, welche von Temperaturdifferenzen herrühren, mehr vorhanden sind. Durch eine kurz andauernde Oeffnung des Glashahnes kann man eine begrenzte Quantität gefärbter Flüssigkeit in die ruhende eintreten lassen oder man kann bei längerer Oeffnung eine stationäre Strömung erzeugen. Durch Heben oder Senken des Trichters kann man leicht die Höhe des oberen Flüssigkeitsniveaus reguliren. Als Hauptbedingung für die Erzeugung regelmässiger Stromgebilde hatte sich die Benutzung kleiner Druckdifferenzen herausgestellt. Die meisten Versuche, bei denen keine anderen Angaben gemacht sind, wurden bei etwa 20 Mm. Ueberdruck ausgeführt.

An geeigneten Vorrichtungen konnten von oben her dem erzeugten Strahl feste Körper entgegengestellt werden. Zur genaueren Beobachtung ist es nothwendig, hinter dem Glas-cylinder eine Fläche weissen Papiers zu befestigen.

4. Zum Verständniss der Strahlbildungen ist es vortheilhaft, zunächst das Verhalten einer begrenzten Quantität von Flüssigkeit kennen zu lernen, welche unter einem kleinen Ueberdruck in die ruhende Flüssigkeit eintritt. Ich beginne daher mit der Beschreibung der hierauf bezüglichen Versuche.

Lässt man den Glashahn nur eine kurze Zeit geöffnet, so tritt stets auch bei den kleinsten Druckdifferenzen von 2 bis 3 Mm. eine scharf begrenzte Flüssigkeitsmenge in die ruhende Flüssigkeit ein. Die ursprüngliche Form der ersteren wird bald durch Reibung und Theilnahme der bisher ruhenden Flüssigkeit an der Bewegung in eigenthümlicher Weise modificirt und rollt sich schliesslich in

einen Ring auf. Die gefärbte Flüssigkeitsmasse durchläuft hierbei die durch die Figuren Taf. I, 2 bis 5 dargestellten Formen. Es ist zu dieser Zeichnung, wie zu den meisten folgenden, zu bemerken, dass dieselbe den Durchschnitt der Flüssigkeitsmasse durch eine Ebene darstellt, welche durch die Symmetrieaxe des Gebildes geht. Um die wahre Gestalt zu finden, muss man sich daher die Figur um diese Axe gedreht denken.

Bei der Form der Fig. 5 ist die Ringbildung vollendet; meist war aber auch bei Druckdifferenzen von 10—20 Mm. die lebendige Kraft der Flüssigkeit verbraucht, so dass dieses Gebilde lange bewegungslos in der farblosen Flüssigkeit schwebt.

Benutzt man etwas grössere Druckdifferenzen von 40—50 Mm., so kann man beobachten, wie innerhalb des Ringes die Flüssigkeit noch längere Zeit rotirt. Die ursprüngliche, fortschreitende Bewegung ist daher in eine Wirbelbewegung übergegangen. Die Wirbelbewegungen sind theoretisch von Helmholtz¹⁾ behandelt worden, und hat derselbe im Eingang seiner Abhandlung auf die Nothwendigkeit des Ueberganges der Strömung resp. einer Bewegung, welcher ein Geschwindigkeitspotential zukommt, in eine Wirbelbewegung infolge der Reibung hingewiesen.

Noch viele andere der von Helmholtz in der angeführten Abhandlung gezogenen Consequenzen lassen sich mit Hülfe des von dem Verfasser benutzten Apparates leicht beobachten.

Lässt man durch abwechselndes Oeffnen und Schliessen des Hahnes zwei Tropfen kurz hinter einander in die farblose Flüssigkeit eintreten, so entstehen aus beiden Ringgebilde und das folgende holt stets das vorhergegangene ein. Je nach den benutzten Druckdifferenzen sind dann verschiedene Fälle möglich. Waren dieselben gering, so vermag der zweite Ring nicht den ersten zu durchdringen, und ein Gebilde, wie Fig. 6 zeigt, bleibt längere Zeit in

1) Crelle J. LV. p. 25—56.

der Flüssigkeit sichtbar. Bei grösseren Druckdifferenzen geht dagegen Ring II durch Ring I hindurch, indem ersterer sich zusammenzieht, letzterer sich erweitert. Man kann dann beobachten, dass Ring I wieder durch Ring II zu dringen bestrebt ist. Doch war dann meist die lebendige Kraft verbraucht, so dass gewöhnlich die beiden Ringe in der Form zurückblieben, wie es Fig. 7 zeigt. Auch dieses abwechselnde Hindurchgehen der Wirbelringe durch einander hat Helmholtz in der oben angeführten Abhandlung bereits aus der Theorie vorausgesagt.

Mit der Bildung von Wirbelringen hat sich experimentell schon Reusch¹⁾ beschäftigt. Nachdem derselbe ausführlicher die Bildung von Rauchringen in Luft beschrieben hat, geht er auf die Ringbildung bei dem plötzlichen Eintritt einer kleinen Quantität gefärbter Flüssigkeit in ungefärbte ein. Obgleich bei seiner Versuchsanordnung der Uebergang der fortschreitenden in die Wirbelbewegung sich sehr schnell vollzieht, so hat er doch auch häufig die Zwischenstufen (Figg. 3 und 4) bemerkt und bezeichnet dieselben ganz zutreffend als „pilzartige Gebilde“.

Die Art jenes Ueberganges geht unmittelbar aus der Betrachtung der Figuren 2 bis 5 hervor. Offenbar entstehen in der ruhenden Flüssigkeit zwei Strömungen. Die eine, angedeutet durch die Pfeile *A* und *B*, wird durch die fortschreitende Bewegung des Tropfens hervorgebracht, welcher sich fast wie ein fester Körper in der Flüssigkeit bewegt. Die andere, in Richtung der Pfeile *C* und *D*, ist wesentlich durch Reibung erzeugt. Die Bildung der spiralförmigen Rotationsflächen ist schliesslich die nothwendige Folge dieser beiden entgegengesetzten Strömungen.

5. Wir können nun zu den eigentlichen Strahlbildungen durch stationäre Strömungen übergehen. Lässt man den Hahn längere Zeit geöffnet, so erhebt sich anfangs schneller, später langsamer ein Strahl, dessen oberer

1) Pogg. Ann. CX. p. 309—316.

Theil mit den bisher beschriebenen Formen grosse Aehnlichkeit hat. Der Strahl erreicht bald eine gewisse Höhe, die von der Druckdifferenz abhängt, über welche er gewöhnlich gar nicht oder doch nur ausserordentlich langsam hinausgeht. So war bei einer Druckdifferenz von 5 Mm. die Höhe des Strahls etwa 20 Mm., bei 10 Mm. etwa 80 Mm., bei 20 Mm. etwa 200 Mm. und bei 30 Mm. Druckdifferenz erreichte der Strahl nach etwa 80 Sec. die obere Grenze des Wassers in einer Höhe von etwa 400 Mm. Die gefärbte Flüssigkeit breitete sich an der Oberfläche aus und diffundirte von da aus sehr langsam nach unten. Die angeführten Zahlen sollen kein allgemein gültiges Gesetz aufstellen, sondern nur ungefähr den Zusammenhang der Strahlhöhe mit der Druckdifferenz angeben. Erstere hängt noch etwas von dem spec. Gewicht der einströmenden Flüssigkeit ab, welches ein wenig schwankte je nach der Menge des zugesetzten Färbungsmittels; ferner von der Grösse der Ausflussöffnung. Auch die Form des vorderen Theils des Strahls war nicht stets genau dieselbe. In den Figuren 8 und 9 sind zwei der gewöhnlich vorkommenden Strahlbildungen wiedergegeben. Bei beiden Formen sind die eigentlichen Strahlen dieselben. Die glockenförmige Ausbreitung dagegen vollzog sich in etwas verschiedener Weise, vielleicht bedingt durch kleine Temperaturschwankungen der farblosen Flüssigkeit.

Bei Vermeidung aller Störungen erhielten sich die abgebildeten Strahlen mehrere Minuten ganz unverändert. Nur der glockenförmige Theil breitete sich langsam etwas weiter nach unten aus. Aber auch kleinen Störungen gegenüber zeigten sich die Strahlen keineswegs sehr empfindlich. Wurde durch einen leisen Druck auf den Kautschuckschlauch die Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers einen Augenblick verkleinert, so drang zwar seitlich Wasser in den Strahl ein; nach dem Aufhören des Druckes stellte sich aber sofort die ursprüngliche Form des Strahles wieder her. Selbst als der Druck auf den Kautschuckschlauch längere Zeit periodisch vermehrt und

vermindert wurde, wurde die Continuität des Strahles nicht vollständig gestört. Derselbe bot einen sehr merkwürdigen Anblick dar, welcher in Fig. 10, so gut wie möglich, wiedergegeben worden ist.

Die bisher beschriebenen Erscheinungen ergeben sich bei Druckdifferenzen bis höchstens zu 60 Mm. Ganz andere Resultate erhält man, wenn man Strahlbildungen bei grösseren Druckdifferenzen untersucht. Schon bei 80 bis 90 Mm. erhält man Strahlen von der grössten Empfindlichkeit. Durch jede kleine Störung wird die Continuität des Strahles gestört, und muss sich derselbe dann jedesmal von neuem wieder eine Strombahn bilden. Ueber 100 Mm. Druckdifferenz hinaus bilden sich nur noch ganz kurze Strahlen in grösster Nähe der Oeffnung. Dieselben zerfallen in geringer Höhe in eine Wolke einzelner Tröpfchen, die sich bei der heftigen Bewegung sofort mit der farblosen Flüssigkeit vermischen.

Auch als versuchsweise gefärbte Flüssigkeiten angewandt wurden, deren spec. Gewicht sich etwas von demjenigen des farblosen Wassers unterschied, konnten keine regelmässigen, discontinuirlichen Strömungen erhalten werden. So wurde bei einem Versuch dem gefärbten Wasser etwas Kochsalzlösung, bei einem anderen etwas Alkohol zugesetzt. Die Salzlösung fiel sofort nach ihrem Ausfluss in dicken, unregelmässigen Tropfenmassen an der Ausflussröhre herab, während der Alkohol in sehr dünnen, häufig zerrissenen Fäden nach der freien Oberfläche des Wassers sich bewegte.

Aus den bisher beschriebenen Versuchen geht hervor, dass sich bei kleinen Differenzen in der That stationäre Strahlen bilden. Die Reibung verhindert also discontinuirliche Strömungen nicht. Dieselbe scheint überhaupt auf den cylindrischen Theil der Strahlgebilde nur einen so unbedeutenden Einfluss auszuüben, dass man versucht ist, die wirkliche Möglichkeit des Gleitens bewegter Wassertheile an ruhenden anzunehmen, wie die einfachere Theorie ohne Berücksichtigung der Reibung thut. Sollte aber auch

der U
Strahl
mathe
einer
doch
der Z
bung
spielt,
sächli
spirah
läuft.
die fa
gewiss
langt

I
Ström
Alkohol
der T
Da d
Flüssi
ist, s
Flüssi
gering
Wenn
fortw
nicht

6
Bahn
wenn
Die l
und v
Ausfl
des E
selbst
suche
wegun

der Uebergang von der endlichen Geschwindigkeit des Strahles zu der ruhenden Flüssigkeit nicht in einer mathematischen Cylinderfläche vor sich gehen, sondern in einer Schicht von einer gewissen Dicke, so kann letztere doch nur ausserordentlich klein sein und scheint sich mit der Zeit nicht zu verändern. Dass andererseits die Reibung bei der Entstehung des Strahles eine grosse Rolle spielt, ist schon oben hervorgehoben worden. Der hauptsächlichste Beweis dafür liegt in der stets sich bildenden spiralförmigen Rotationsfläche, in welche der Strahl verläuft. Die Entstehung derselben setzt voraus, dass auch die farblose Flüssigkeit in der Nähe des Strahles eine gewisse Geschwindigkeit in der Richtung desselben erlangt hat.

Die grosse Empfindlichkeit der Strahlen bei grösseren Strömungsgeschwindigkeiten, sowie die Unmöglichkeit, Alkoholstrahlen in Wasser zu erzeugen, folgt direct aus der Theorie der discontinuirlichen Flüssigkeitsbewegungen. Da die Druckdifferenz der bewegten und unbewegten Flüssigkeit dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, so wird bei grösserer Geschwindigkeit die ruhende Flüssigkeit sofort in den Strahl eindringen, (sowie eine geringe Störung des gleichmässigen Verlaufs eintritt. Wenn endlich solche Störungen bei schnellerem Ausfliessen fortwährend eintreten, so kann sich ein Strahl überhaupt nicht bilden.

6. Wie schon oben bemerkt, ist es von Interesse, die Bahn kennen zu lernen, welche ein Strahl durchläuft, wenn er auf seinem Wege auf einen festen Körper trifft. Die hierzu benutzten Körper waren verschiedener Art und wurden an einfachen Vorrichtungen in die Nähe der Ausflussöffnung gebracht, bevor der Strahl durch Oeffnen des Hahnes hervorgebracht wurde. Es versteht sich von selbst, dass stets längere Zeit mit dem Beginn des Versuches gewartet wurde, bis die hierdurch verursachte Bewegung der Flüssigkeit sich beruhigt hatte; ebenso wurde

stets zuvor der feste Körper von den etwa anhaftenden Luftbläschen befreit.

Am einfachsten lassen sich die hierbei auftretenden Vorgänge an dem folgenden Versuche übersehen. Trifft der Strahl auf die scharfe Kante eines dünnen Eisenbleches, welches parallel der Richtung des Strahles durch die *Axe* desselben geht, so zerfällt er in zwei Theile, welche von der verticalen Strömungsrichtung abgelenkt werden. Der Winkel dieser Seitenströme mit der ursprünglichen Richtung des Strahles wird aber nach und nach kleiner. Die Ursache dieser Erscheinung liegt darin, dass nicht allein der feste Körper sondern auch die an demselben haftende Flüssigkeit, die bewegte Flüssigkeit zu einer seitlichen Abweichung zwingen. Bei längerer Strömung wird indess ein Theil der ruhenden Flüssigkeit mitgeführt, so dass die beiden oberen Hälften des Strahles langsam ihre Bewegungsrichtung ändern und mehr und mehr der Ebene des Eisenbleches sich nähern. Doch kann man stets noch ruhende farblose Flüssigkeit zwischen der bewegten gefärbten Flüssigkeit und dem Eisenblech beobachten. Der Verlauf dieser Erscheinung hängt von der ursprünglichen Druckdifferenz resp. von der Geschwindigkeit der strömenden Flüssigkeit ab. Bei geringer Geschwindigkeit findet die Strömung statt, wie Fig. 11 zeigt. Bei grösserer dagegen nehmen die beiden Theile des Strahles nach einiger Zeit die Stellung ein, welche Fig. 12 wiedergibt, während die punktirten Theile der Figur die anfängliche Strömungsrichtung anzeigen sollen.

Das eigenthümliche Verhalten der anfänglich haftenden, ruhenden Flüssigkeit, welche dann mitgeführt wird, erklärt auch bei anders geformten festen Körpern die langsamen Aenderungen der Strömungsbahnen.

Trifft ein Strahl auf eine kleine Messingkugel, so haben bei stationärer Strömung die Strombahnen nach und nach die Gestalten, welche die Figuren 13, 14, 15, 16 wiedergeben. Man übersieht, wie zuerst die Kugel und die haftende Flüssigkeit die bewegte Flüssigkeit zu einer

fast r
dann
fläche
an. B
schlies
man
an der
in der
Körper
festen
digkeit

D
wesent
voraus
Oberfl
eine l
nach
fläche
gegen
station
selben
in ein
Ende
wieder

V
Strahl
Richtu
allerdi
Bedin
daher
entgeg
Falle
und d
Wand
wird

fast rechtwinkligen Abweichung zwingen. Allmählich wird dann die ruhende Flüssigkeit mitgeführt; die Strömungsfläche schliesst sich der Kugel immer enger und enger an. Bei dem Anblick der dünnen Strömungsfläche, welche schliesslich die Kugel zum grössten Theil umgiebt, ist man versucht anzunehmen, dass die bewegte Flüssigkeit an der Kugel gleitet. Wenigstens liess sich aus kleinen in der Flüssigkeit hin und wieder vorkommenden festen Körperchen erkennen, dass in unmittelbarer Nähe der festen Wand die Flüssigkeit sich mit endlicher Geschwindigkeit bewegt.

Die beschriebenen Erscheinungen scheinen nicht wesentlich von der Substanz des festen Körpers abzuhängen, vorausgesetzt natürlich, dass derselbe mit einer glatten Oberfläche versehen ist. Statt der Messingkugel wurde eine Elfenbeinkugel benutzt. Dieselbe wurde ebenfalls nach und nach mit einer eng anschliessenden Strömungsfläche überzogen. Aehnlich war der Vorgang, als der Strahl gegen das untere Ende eines Reagensgläschens traf. Bei stationärer Strömung wurde langsam der untere Theil desselben von einer dünnen Strömungsfläche überzogen, welche in einer Entfernung von etwa 4 Ctm. von dem unteren Ende von der Glaswand abbog und in die auch hier stets wiederkehrenden Spiralen auslief.

Von besonderem Interesse ist ferner der Fall, wo der Strahl eine begrenzte, dünne Wand, senkrecht gegen seine Richtung, trifft, da diese Strömung von Kirchhoff¹⁾ allerdings unter den obenerwähnten, etwas verschiedenen Bedingungen theoretisch behandelt worden ist. Es wurden daher kleine kreisförmige Platten senkrecht dem Strahle entgegengestellt. Die Strömungslinien hängen in diesem Falle wesentlich von dem Verhältniss der Radien der Platte und des Strahles ab. Ist der Radius der kreisförmigen Wand bedeutend grösser als derjenige des Strahles, so wird letzterer an der Platte um einen rechten Winkel

1) Crelle J. LXX. p. 298.

abgelenkt und fliesst in einer dünnen Schicht radial an der Platte entlang, welche er in horizontaler Richtung verlässt (vergl. Fig. 17). Ist dagegen der Radius der Wand nur wenig grösser als der Radius des Strahles, so werden die Strömungslinien nur um einen kleineren Winkel von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt. Dieser Vorgang ist in Figur 18 dargestellt, welche eine grosse Aehnlichkeit mit der von Kirchhoff an der obenerwähnten Stelle gegebenen Zeichnung zeigt.

Einen ganz ähnlichen Einfluss wie die dünne, kreisförmige Platte übt eine dünne, scharfkantige Wand aus, welche etwa bis in die Mitte des Strahles reicht. Während sich dann der eine Theil des Strahles in einer dünnen Schicht längs der Platte ausbreitet, wird der andere Theil um einen spitzen Winkel abgelenkt. Auch bei diesen Versuchen scheint das Material der Platte keinen erheblichen Einfluss auf den Verlauf der Strömung auszuüben. Es wurden Scheiben von dünnem Glas und von glattem Cartonpapier benutzt, während die oben erwähnte dünne Wand durch ein Stanniolblatt hergestellt wurde, welches auf einen Glasrahmen gespannt war, und von dem die eine Hälfte längs einer geraden Linie entfernt worden war. Die Strömungserscheinungen waren stets dieselben. Der Winkel, um welchen der Strahl in dem letzten Fall von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wurde, hing hauptsächlich von der Tiefe ab, bis zu welcher die dünne Wand in den Strahl eindrang.

Auch die hier beschriebenen Strömungserscheinungen gegen feste Körper gelingen nur bei kleinen Geschwindigkeiten des Strahles, wie sie Druckdifferenzen von etwa 20 bis 30 Mm. entsprechen.

7. Da es dem Verfasser zunächst darauf ankam, discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen in ihrer einfachsten Form zu untersuchen, so hat sich derselbe vorläufig auf die beschriebenen Versuche beschränkt. Doch sollen dieselben möglichst bald nach verschiedenen Richtungen er-

weitert werden. Als naheliegende Gesichtspunkte bieten sich besonders die folgenden dar:

a) Strömung einer gefärbten Flüssigkeit in eine ungefärbte durch eine Oeffnung in dünner Wand. Einige vorläufige Versuche mit einem noch ziemlich unvollkommenen Apparat zeigten, dass die hierbei sich bildenden Strahlen den oben beschriebenen unter sonst gleichen Verhältnissen ähnlich sind.

b) Ausfluss einer Flüssigkeit in eine andere Flüssigkeit von gleichem spec. Gewicht, welche mit der ersten Flüssigkeit nicht mischbar ist. Man wird hierbei auf die von Plateau benutzten Flüssigkeiten: Oel und Alkohol von gleichem spec. Gewicht zurückgehen können. Es entsteht die Frage, in welcher Weise die Strahlbildung durch die Capillarwirkungen modificirt wird.

c) Strömung von Luft in bewegte Luft, wobei letztere etwa durch Rauch sichtbar gemacht werden kann.

8. Die Resultate der mitgetheilten Untersuchung lassen sich in folgenden Sätzen zusammenfassen:

a) Die Reibung der Flüssigkeiten verhindert nicht die Bildung stationärer, discontinuirlicher Flüssigkeitsbewegungen. Dieselben werden zwar bei ihrer Entstehung infolge der Reibung durch gleichzeitige, spiralförmige Bewegungen wesentlich modificirt; doch bilden sich bei anhaltender Strömung scharf begrenzte Flüssigkeitsstrahlen.

b) Die erzeugten Strahlen sind bei geringen Geschwindigkeiten sehr stabil und nehmen auch nach kleinen Störungen sofort wieder ihre ursprüngliche Form an. Bei grösseren Geschwindigkeiten werden sie dagegen sehr empfindlich. Uebersteigt die Geschwindigkeit einen gewissen Grenzwert, so bilden sich nur noch ganz kurze Strahlen in grösster Nähe der Oeffnung.

c) Die Strahlen werden in ihrer Bewegung nicht allein durch feste Körper, sondern auch durch die an denselben haftende Flüssigkeit modificirt. Letztere wird langsam durch den Strahl verdrängt. Ist dann der Körper durch

eine continuirlich gekrümmte Fläche begrenzt, so umgibt die strömende Flüssigkeit denselben in einer dünnen Schicht. Ist dagegen der feste Körper durch eine Fläche begrenzt, welche an einzelnen Stellen eine unendlich grosse Krümmung hat (scharfe Kante), so folgen die Strömungslinien derselben nur bis zu dieser Kante und verlassen von da ab den festen Körper.

d) Die Theorie der discontinuirlichen Flüssigkeitsbewegungen, wie sie Helmholtz und Kirchhoff bisher entwickelt haben, gibt im ganzen auch die Erscheinungen in einer der Reibung unterworfenen Flüssigkeit wieder. Nur ist die Entstehung der Strahlen gleichzeitig mit Wirbelbewegungen verbunden.

Zum Schluss mag noch darauf hingewiesen werden, dass sich in der Natur eine ganze Reihe von Vorgängen finden, welche mit den eben beschriebenen gemeinsamen Ursprungs sind. Dieselben sind bei den Strömungen in Flüssen und Kanälen zu beobachten, besonders an Stellen, wo die Uferwände scharfe Ecken haben oder feste Körper (z. B. Brückenpfeiler) die gleichmässige Bewegung verhindern. Die dort auftretenden Strudelbewegungen zeigen deutlich, wo ruhende und bewegte Flüssigkeit aneinander grenzen. Da sich als besonders bemerkenswerthes Resultat der mitgetheilten Untersuchung ergeben hat, dass auch schon bei sehr kleinen Druckdifferenzen discontinuirliche Bewegungen entstehen, so lässt sich leicht übersehen, dass dieselben bei den erwähnten Strömungen häufig genug vorkommen müssen.

Berlin, 3. Juni 1877.

II. *Zur Erklärung der Versuche Dufour's und Merget's über die Diffusion der Dämpfe;
von A. Kundt.*

Bei seinen Untersuchungen über die Temperaturänderungen, welche bei der Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände auftreten, wurde Herr L. Dufour darauf geführt, die gegenseitige Diffusion trockener und feuchter Luft durch solche Scheidewände näher zu erforschen.

Er hat seine Versuche in zwei Abhandlungen in den Bulletins des séances de la Société Vaudoise des sciences naturelles vol. XIII. beschrieben.

Am Schluss der zweiten Abhandlung stellt er die Resultate kurz zusammen.

Das erste derselben lautet:

Lorsqu'une paroi de terre poreuse (vases poreux des éléments de pile à deux liquides) sépare deux masses d'air à des états hygrométriques différents, il se produit à travers la paroi, deux courants inverses et inégaux de diffusion. Le courant le plus abondant va de l'air plus sec vers l'air plus humide. La différence des deux courants dépend principalement de la différence entre les tensions de la vapeur d'une part et d'autre de la cloison poreuse.

Es soll mithin die specifisch leichtere, feuchte Luft langsamer durch eine poröse Platte diffundiren, als die schwerere trockene. Wir hätten also hier eine eclatante Verletzung des Graham'schen Diffusionsgesetzes. Nach diesem Gesetz ist bekanntlich die Geschwindigkeit der Diffusion eines Gases durch eine poröse Scheidewand der Quadratwurzel aus dem specifischen Gewicht umgekehrt proportional. — Freilich sind gegen dieses Gesetz insbesondere von Bunsen Einwendungen erhoben, doch ist später von Graham gezeigt worden, dass, wenn die Diffusionsplatte nur geeignet gewählt ist, d. h. wenn nur ihre Poren so eng sind, dass ein Gas nicht in Masse, sondern

gewissermaassen nur molecülweise durch dieselbe strömen kann, das obige Gesetz durch die Versuche genau bestätigt wird. — Jedenfalls sind auch die bisher beobachteten Abweichungen vom Graham'schen Gesetz bei Benutzung von Thon- oder Gypsplatten nie derartige gewesen, dass ein leichteres Gas langsamer diffundirt hätte als ein schwereres.

Sodann hat Herr Reusch¹⁾ einen Versuch beschrieben, bei welchem trockene und feuchte Luft durch eine Hydrophanplatte gegen einander diffundirten. — In einer Glasröhre, die an einem Ende mit einer Hydrophanplatte geschlossen ist, und welche mit dem anderen offenen Ende in ein Gefäss mit Wasser getaucht ist, steht das Wasser tiefer als das Niveau des Sperrwassers, wenn die umgebende Luft nicht mit Wasserdampf gesättigt ist.

Herr Reusch bemerkt hierzu:

Die für einen gegebenen anhaltenden Zustand der Atmosphäre constante Depression des Wassers im Rohre erklärt sich nun in befriedigender Weise damit, dass der schwächere Diffusionsstrom der [mit Wasser gesättigten] inneren Luft nur mit Hülfe eines Ueberdruckes den Gegenstrom der relativ trockneren Luft zu compensiren vermag.

Es muss hiernach scheinen, als ob auch Herr Reusch in der That eine langsamere Diffusion der feuchten Luft gegenüber der trockenern zulässt.

Sodann hat Herr Merget²⁾ eine Reihe von Versuchen über die Diffusion von Luft durch poröse Scheidewände, die mit Wasser oder andern Flüssigkeiten getränkt waren, angestellt.

Ausgehend von den oben citirten Versuchen von Dufour und der von Feddersen³⁾ entdeckten und unter dem Namen „Thermodiffusion“ beschriebenen Erscheinung sucht Herr Merget die Gasabscheidungen, welche gewisse Blätter, insbesondere die von Nelumbium, bei der

1) Pogg. Ann. CLII.

2) C. R. 1874.

3) Pogg. Ann. CXLVIII.

Bestrahlung durch Sonne zeigen, als ein durch „Thermosdiffusion“ bedingtes Phänomen zu erklären.

Es ist nicht nöthig, hier auf die Vorgänge bei den Pflanzen näher einzugehen; wir beschränken uns auf die Besprechung der Versuche, die Herr Merget mit unorganischen porösen Scheidewänden angestellt hat und in seiner zweiten Mittheilung beschreibt.

Herr Merget nahm wie Dufour einen Thoncylinder, wie derselbe zu galvanischen Elementen gebraucht wird, füllte ihn noch mit Scherben von porösem Thon oder mit Bimsstein, durchtränkte den Thoncylinder sammt der Füllung mit Wasser (oder einer andern flüchtigen Substanz, wie Alkohol, Aether, Schwefelkohlenstoff) und verschloss das offene Ende mit einem Pfropf, durch welchen ein Glasrohr gesteckt war. An dieses Glasrohr kann man mit einem Stückchen von gut schliessendem Kautschukrohr entweder ein offenes Quecksilbermanometer oder ein Gasentbindungsrohr ansetzen.

Wird ein Gasentbindungsrohr angesetzt und dessen offenes Ende unter Wasser getaucht, und nun der Thoncylinder durch Bestrahlung oder mittelst eines Bunsen'schen Brenners erhitzt, so treten aus dem Gasentbindungsrohr in schneller Folge Gasblasen aus; diese Gasblasen sind atmosphärische Luft. Wird die Erwärmung fortgesetzt, so dauert die Gasentwicklung so lange an, als in dem Thoncylinder noch Feuchtigkeit enthalten ist. Das Volumen des entwickelten Gases ist das 30- bis 40fache des Volumens des Thoncylinders, ja unter Umständen noch viel mehr. — Dies Gas ist von aussen durch die Wand des Cylinders nach innen diffundirt.

Erhitzt man mit mehreren Bunsen'schen Brennern sehr stark, so ist die Gasentbindung eine sehr stürmische und man kann, wie ich mich selbst überzeugt habe, mit einem Thoncylinder der gewöhnlichen Elemente bei starker Erhitzung ein Liter Gas in weniger als einer Minute erhalten.

Setzt man an das Ende des Glasrohres statt eines

Gasentbindungsrohres ein Quecksilbermanometer, so erhält man nach Herrn Violle,¹⁾ der über die Versuche Merget's im Journal de Physique referirte, einen Druck im Innern des Thoncyinders bis zu 3 Atmosphären, wenn man bis zur Rothglut erhitzt.

Herr Merget fasst das Gesamttresultat seiner Versuche mit folgenden Worten zusammen:

Dans un diaphragme poreux mouillé, dont les faces sont le siège de mouvements évaporatoires inégaux, cette inégalité devient une cause de diffusion dans un seul et même gaz, primitivement au même état des deux côtés. Le courant gazeux qui s'établit alors est dirigé de la surface qui évapore le plus à celle qui évapore le moins.

Ob Herr Merget der Ansicht ist, dass, weil die stärker verdampfende Seite des Diaphragmas die kältere ist, man nun entsprechend den Versuchen von Feddersen einen Diffusionsstrom von der kälteren Seite des in dem Diaphragma verdichteten Gases zur wärmeren Seite habe, ist nicht bestimmt ausgesprochen, doch scheint es so, da er sich auf die Versuche von Feddersen bezieht und für die Erscheinung den Namen Thermodiffusion benutzt.

Es ist übrigens das grosse Verdienst des Herrn Merget, auf die Wichtigkeit der von ihm und von Dufour studirten Erscheinungen für sehr viele Vorgänge in den Organismen aufmerksam gemacht zu haben.

Herr Violle (l. c.) hält die von Herrn Merget beobachtete Erscheinung für ein Phänomen, welches seinem Wesen nach von der Feddersen'schen Thermodiffusion, wie überhaupt von den Vorgängen der gewöhnlichen Diffusion, völlig verschieden sei.

Auch Herr Violle macht, wie Merget und ebenso auch Dufour, auf die grosse Wichtigkeit der Diffusion der Luft bei Gegenwart von Wasser für die Physiologie der Thiere und Pflanzen aufmerksam. Der auffallende Widerspruch, in welchem Dufour's Versuche mit dem

1) Journ. de Phys. 1875.

Graham'schen Diffusionsgesetz stehen, sowie die Angaben Merget's und Violle's über die ausserordentliche Stärke des Diffusionsstromes bei der Anordnung des Versuchs nach Merget, endlich das Bestreben zu versuchen, ob nicht das Merget'sche Phänomen auf bereits bekannte Erscheinungen zurückzuführen sei, veranlassten mich, die Versuche Dufour's und Merget's zu wiederholen; ich habe besonders die letzteren mannigfach variirt. Meine Versuche haben mir lediglich die von Dufour und Merget beobachteten Thatsachen bestätigt; ich kann sie daher unerörtert lassen, und werde nur zum Schluss den Merget'schen Versuch in einer Form beschreiben, wie er sich besonders für Demonstrationen eignet.

Bei diesen Versuchen hat sich mir aber die Ueberzeugung aufgedrängt, dass sowohl die Dufour'schen wie die Merget'schen Versuche völlig verständlich und erklärbar sind aus den bekannten Gesetzen der Diffusion der Gase durch poröse Scheidewände. Der Zweck dieser Mittheilung ist lediglich dies auszusprechen.

Es wird zweckmässig sein, die Anschauung, die ich von jenen Versuchen gewonnen habe, bestimmt formulirt vor auszuschicken:

1) In Dufour's Versuchen, bei welchen zwei Luftmassen von ungleichem Feuchtigkeitsgehalt durch eine poröse Platte getrennt sind, diffundirt die trockenere Luft nur scheinbar schneller als die feuchtere. Die sämtlichen Beobachtungen Dufour's können erklärt werden, wenn der Wasserdampf entsprechend dem Graham'schen Gesetz schneller diffundirt als die Luft.

2) Die Merget'schen Versuche sind der Hauptsache nach identisch mit denjenigen Dufour's. Es ist lediglich das Phänomen ein so viel energischeres, weil bei den Versuchen wegen höherer Temperatur die Spannkraft des Wasserdampfes grösser ist. Auch Merget's Versuche sind ein einfaches Diffusionsphänomen, bei welchem der Wasserdampf schneller diffundirt als die atmosphärische Luft.

Zur Erläuterung des sub 1) Gesagten nehme man wie Dufour that, einen Thoncylinder, schliesse denselben mit einem Kork, in welchen ein Gasentbindungsrohr eingesetzt ist, das ein wenig unter Wasser taucht.

Es sei nun der Thoncylinder mit Wasser angefeuchtet, und aussen sei trockene Luft. — Abgesehen von der kleinen das Gasentbindungsrohr sperrenden Flüssigkeitsschicht haben wir innen und aussen gleichen Druck. Dieser Gasdruck wird aussen nur von der trockenen Atmosphäre geliefert, setzt sich innen aber aus 2 Partialdrucken zusammen, dem der trockenen Luft p , welcher kleiner ist als der Druck der trockenen Luft P aussen, und dem Druck des Wasserdampfes W .

Es tritt mithin ein doppelter Diffusionsstrom ein, der trockener Luft von aussen nach innen und der des Wasserdampfes von innen nach aussen. Wie stark auch letzterer sein mag, es wird durch denselben der Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre nicht merklich geändert, der Gesamtdruck aussen bleibt merklich derselbe. Innen aber würde, da nach dem Graham'schen Gesetz die Luft langsamer hinein als der Wasserdampf heraus diffundirt, der Druck abnehmen, wenn nicht Wasser von den feuchten Wänden des Cylinders neu verdampfte. Letzteres ist aber zweifellos der Fall und nimmt man an, dass die Verdampfung stets den hinausdiffundirenden Wasserdampf ersetzt, so würde man, nachdem sich der Druck der Luft innen und aussen durch Diffusion ausgeglichen hat, aussen den Druck P , innen den Druck $P + W$ haben. Ist der Innenraum nicht abgeschlossen, sondern steht er durch ein Gasentbindungsrohr mit einem mit Wasser gefüllten Auffangcylinder in Communication, so wird von innen Gas in den Cylinder treten, aber nicht bloß Wasserdampf, sondern Wasserdampf und Luft, mithin der Partialdruck der Luft innen sinken und neue Luft durch Diffusion eintreten. — Es wird daher, so lange in dem Thoncylinder noch Wasser zum Verdampfen vorhanden ist,

ein continuirlicher Strom von feuchter Luft durch das Entbindungsrohr des Cylinders austreten.

Man erhält also scheinbar einen continuirlichen Strom von aussen nach innen, obgleich von innen mehr heraus diffundirt als von aussen hinein. Der herausdiffundirende Wasserdampf wird eben immer durch Verdampfung neu ersetzt.

Zu 2) ist lediglich zu bemerken, dass, wenn der Partialdruck des Wasserdampfes innen sehr hoch ist, man innen einen sehr beträchtlichen Ueberdruck gegen aussen hat und dadurch das Gemisch von Luft und Wasserdampf sehr schnell durch das Entbindungsrohr austritt und mit hin eine ziemlich beträchtliche Druckdifferenz zwischen der trockenen Luft innen und aussen erzeugt wird, die nun ihrerseits einen energischen Diffusionsstrom der trockenen Luft hervorruft. Die vorstehenden Bemerkungen genügen, wie mir scheint, völlig, zu zeigen, dass Dufour's und Merget's Versuche durchaus nicht im Widerspruch mit Graham's Diffusionsgesetz stehen.

Ich will hinzufügen, dass sich der Merget'sche Versuch für Demonstration sehr geeignet in folgender Weise anstellen lässt.

Man tauche einen Thoncylinder bis nahe an sein offenes Ende in absoluten Alkohol, so dass die Wände gut durchtränkt sind, setze dann einen Pfropf mit einem Gasentbindungsrohr auf und zünde nun den Alkohol aussen an (Taf. II Fig. 1). Man hat dann aussen Luft, innen Luft und Alkoholdampf, und nun tritt, selbst durch die Flamme hindurch, eine so energische Diffusion von Luft ein, dass in circa 2 Minuten ein Liter Luft aus dem Entbindungsrohr austritt. Diese Luft ist selbstverständlich etwas durch Flammengase verunreinigt.

Ein Nachtrag zu einer Arbeit des Herrn Puluj:¹⁾
„Ueber Diffusion der Dämpfe“ (Wien. Ber. Bd. LXXV),

1) Die Arbeit des Herrn Puluj erscheint in einem der nächsten Hefte. Die Red.

in welchem auf Dufour's Versuche Bezug genommen wird, veranlasst mich zu bemerken, dass die vorstehende Mittheilung bereits im Winter 1875/76 in der hier vorliegenden Form niedergeschrieben, und dem hiesigen medicinisch-naturwissenschaftlichen Verein im Frühling 1876 vorgetragen wurde.

III. *Ueber die Diffusion der Flüssigkeiten;*¹⁾ *von A. Johannisjanz.*

Die ersten und umfangreichsten Untersuchungen über die Diffusion der Flüssigkeiten sind bekanntlich von Graham²⁾ angestellt. Gegen die von Graham angewandte Methode lassen sich indess, wie Beilstein³⁾ und E. Voit⁴⁾ gezeigt haben, Einwendungen machen, so dass aus Graham's Beobachtungen genaue Diffusionsconstanten der Flüssigkeiten nicht berechnet werden können.

Einige Jahre darauf hat Prof. Fick⁵⁾ in einer Arbeit „Ueber Diffusion“ der Erscheinung der Diffusion eines gelösten Salzes im Lösungsmittel eine theoretische Grundlage zu geben gesucht, indem er die Hypothese machte, dass die Verbreitung einer gelösten Substanz im Lösungsmittel nach demselben Gesetze vor sich gehe, welches Fourier für die Verbreitung der Wärme in einem Leiter aufgestellt hat und welches Ohm auf die Verbreitung der Electricität übertragen hat.

Nach dieser Annahme hätte man in der Fourier'schen Theorie das Wort „Wärmemenge“ mit dem Worte

1) Die vorliegende Untersuchung ist in dem physikalischen Laboratorium der Universität Strassburg unter der Leitung des Herrn Prof. Kundt ausgeführt.

2) Philos. Trans. 1850. I u. Ann. d. Chem. u. Pharm. LXXVII u. LXXX.

3) Ann. d. Chem. u. Pharm. XCIX.

4) Pogg. Ann. CXXX.

5) Pogg. Ann. XCIV. p. 59.

„Menge der gelösten Substanz“ und das Wort „Temperatur“ mit „Concentration“ zu vertauschen, während die „Diffusionsconstante“ dem „Wärmeleitungsvermögen“ entspricht.

Hat man mithin ein cylindrisches oder prismatisches Gefäß, worin ein Lösungsmittel über eine Lösung geschichtet ist; nimmt man ferner an, dass die Wände des Gefäßes gar keinen Einfluss auf die Diffusion haben, und bezeichnet man mit u die Salzconcentration an irgend einer Stelle des Gefäßes (nachdem die Diffusion begonnen hat), so soll nach der Theorie u je in einer Horizontalschicht constant sein und nur mit der Erhebung x dieser Schicht über dem Boden des Gefäßes und auch mit der Zeit variiren, so dass:

$$(1) \quad u = f(x, t).$$

Nach derselben Hypothese soll ferner in einem Zeitelement der Uebergang der Salzmenge aus einer Schicht in die benachbarte proportional sein dem Querschnitt des Gefäßes und der Concentrationsdifferenz beider Schichten, d. h.:

$$(2) \quad ds = -kq \frac{\partial u}{\partial x} dt.$$

q ist der Querschnitt des Gefäßes und k heisst die Diffusionsconstante; k bedeutet mithin diejenige Salzmenge, welche, bei stationärem Zustand, in der Zeiteinheit durch die Querschnittseinheit fließen würde, wenn die Höhe des ganzen Diffusionsgefäßes¹⁾ gleich der Längeneinheit wäre und in seinen Enden die Concentrationsdifferenz Eins stattfände. Angenommen wird dabei, dass k von der Concentration nicht abhängt.

Ist der Querschnitt des Gefäßes constant, so ist die allgemeine Differentialgleichung der Wärmeleitung und

1) So soll das Gefäß, worin beide Flüssigkeiten über einander geschichtet sind und worin die Diffusion vor sich geht, in der Folge genannt werden.

mithin nach der Hypothese von Fick auch die des Diffusionsstromes:

$$(3) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

die beim stationären Zustand übergeht in:

$$(4) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

Die Versuche von Fick waren nicht geeignet, wie er selbst bemerkt, die obige Hypothese experimentell streng zu beweisen; einerseits deshalb, weil seine Methoden einige nicht zu beseitigende Fehlerquellen enthielten; andererseits auch deshalb, weil seine Berechnungen unter der Annahme gemacht wurden, dass bei den Bestimmungen der stationäre Zustand der Diffusion eingetreten sei. Genau festzustellen, wann dies der Fall sei, ist indessen sehr schwierig.

Fick hat hauptsächlich die Diffusionsconstante von Kochsalz zu bestimmen gesucht.

Aus der von ihm mitgetheilten Tabelle der besten Versuche erhält man:

	<i>k</i>	
15.3°	9.55	Die Einheiten, welche bei dieser Rechnung angewandt sind, sind folgende: Als Querschnittseinheit der Querschnitt der Röhren oder die Oberfläche eines Kreises von 1 Ctm. Halbmesser, als Längeneinheit 1 Mm., als Zeiteinheit der Tag.
15.75°	9.57	
16.25°	9.94	
18°	10.79	
18.5°	10.76	
20°	11.07	
20.5°	11.36	
20.5°	11.44	

Beilstein¹⁾ hat eine andere Methode zur Bestimmung der Diffusionsconstante benutzt.

Sein Solutionsglas bestand aus einer unten umgebohenen Glasröhre, deren unteres Ende etwa 1 Mm. über

1) Ann. d. Chem. u. Pharm. XCIX—C. p. 165.

der Umbiegungsstelle eben abgeschliffen war; das obere Ende der Röhre wurde durch einen eingeriebenen Glasstöpsel verschlossen. Zu dem Versuche füllte er das ganze Solutionsglas mit der zu untersuchenden Lösung und setzte es in ein mit destillirtem Wasser gefülltes Gefäss so ein, dass die offene Mündung der Röhre ganz horizontal war und einige Linien hoch mit Wasser bedeckt wurde.

Die Versuche wurden mit wenig concentrirten Lösungen angestellt und jedesmal nach 24 oder 48 Stunden unterbrochen. Sollte die Diffusion unterbrochen werden, so wurde das Solutionsglas herausgenommen und der Procentgehalt der übriggebliebenen Lösung aus Wägungen vor und nach dem Eindampfen berechnet.

Beilstein machte auch, wie Fick, die Annahme, dass in einem Zeitelement die aus dem Solutionsglas tretende Salzmenge dem Querschnitt der Mündung des Gefässes, sowie der Concentrationsdifferenz zu beiden Seiten desselben proportional sei, mit dem Unterschiede, dass im Gläschen eine mit der Zeit zwar abnehmende, aber doch in jedem Zeitmoment durch Strömung gleichmässige Dichtigkeit im ganzen Gefäss herrschen soll.

Auf Grund dieser Annahme hat Beilstein eine einfache Formel hergeleitet und mit deren Hülfe eine Reihe von Verhältnisszahlen der Diffusionsconstanten mehrerer Substanzen berechnet.

Da alle seine Versuche, die nie länger als 48 Stunden dauerten, gezeigt haben, dass die Diffusionsconstante einer Substanz, berechnet aus der in den ersten 24 Stunden diffundirten Salzmenge, grösser ausfällt, als die aus der in 48 Stunden diffundirten Salzmenge, so schliesst er daraus, dass der Uebergang einer Salzmenge aus einer Schicht in die benachbarte nicht proportional der Concentrationsdifferenz, sondern grösser ist.

Dagegen haben Wild und Simmler¹⁾ später darauf aufmerksam gemacht, dass die Annahme von Beilstein,

1) Pogg. Ann. C. p. 134.

dass in jedem Zeitelement in dem Solutionsglase eine gleichförmige Concentration herrsche, unrichtig ist, weil bei der erwähnten Anordnung des Versuches die Diffusion in dem Solutionsglase einen anderen Zustand hervorruft.

Später haben die Herren Wild und Simmler¹⁾ vorgeschlagen, nicht den stationären Zustand, sondern variable Zustände zur Bestimmung der Diffusionsconstante zu benutzen, da es sehr schwierig ist festzustellen, wann der stationäre Zustand mit hinreichender Annäherung eingetreten ist.

Auf Grundlage der Fick'schen Theorie entwickeln sie die Formeln für den Verlauf der Diffusion in einigen bestimmten Fällen und geben einige neue Methoden an, darunter auch optische, zur Beobachtung des variablen Zustandes. Bestimmungen der Diffusionsconstante haben sie aber nicht gemacht.

Unter Annahme der Fick'schen Theorie hat desgleichen Beez²⁾ zur Bestimmung der Diffusionsconstante aus gewissen variablen Zuständen eine Formel hergeleitet, die nur für einen oben und unten unbegrenzten Cylinder gilt, die aber auch, wie er bemerkt, für das erste Stadium eines Diffusionsstromes in einem begrenzten Gefässe benutzt werden kann, solange der Diffusionsstrom weder den oberen, noch den unteren Rand des Diffusionsgefässes erreicht hat.

Er brachte unter eine Wassersäule eine gleich hohe Säule von Kupfervitriollösung, bestimmte durch Senkung eines Triangels von Glas in das Diffusionsgefäss (von etwa 1 Fuss Höhe und 2—3 Fuss Durchmesser) das specifische Gewicht des Triangels und dadurch die Concentration verschiedener Schichten, deren Intervall 2.85 Mm. betrug, und berechnete so die Diffusionsconstante des Kupfervitrioles für jede Schicht einzeln.

Die Werthe von k einer einzelnen Versuchsreihe zeigen

1) Pogg. Ann. C. p. 217.

2) Schlömilch Z.S. IV. p. 212.

grosse Abweichungen unter einander (über 20 %), aber die mittleren Werthe aus jeder der drei Versuchsreihen stimmen gut mit einander überein.¹⁾

Nur bei einer Versuchsreihe ist die Temperatur angegeben, während sie bei zwei anderen fehlt.

Eine umfangreiche Untersuchung, inwieweit die Diffusion der von Fick aufgestellten Differentialgleichung genügt, ist von E. Voit²⁾ angestellt.

Seine Methode bestand der Hauptsache nach im Folgenden:

Er füllte parallelepipedische, aus planparallelen Glasplatten zusammengesetzte Kästchen bis zu einer gewissen Marke mit destillirtem Wasser; mit Hülfe eines Ausflussröhrchens wurde sodann durch einen Trichter eine Rohr- oder Traubenzuckerlösung eingefüllt, bis diese wieder gerade an die erwähnte Marke reichte.

Nach passenden Zeiträumen wurde die Concentration der Lösung in verschiedenen Höhen mit Hülfe eines Dubosq-Soleil'schen Saccharimeters, das an den Schlitten eines Kathetometers angeschraubt war, bestimmt.

Waren somit die Concentrationen bestimmt und die Höhen gemessen, so berechnete er die Diffusionsconstante durch eine von Wild und Simmler gegebene Formel.

Durch diese Berechnungen stellte sich heraus, dass die Werthe der Diffusionsconstante mit der Concentration scheinbar zunehmen. Voit erklärt diese Erscheinung folgendermaassen:

Die Menge des in dem Diffusionsstrom enthaltenen Zuckers ist während der ganzen Beobachtungsdauer constant, diese Menge berechnet sich aus den Versuchen anfänglich zu klein, wächst sodann und erreicht wieder denselben Werth, den sie bei der Füllung hatte. Es kann dies bei dem regelmässigen Wachsen der Zahlen nicht in

1) Ueber die Fehler der in der genannten Arbeit vorkommenden Formeln, siehe Carl's Repert. XI. p. 191—197.

2) Pogg. Ann. CXXX. p. 227 u. 393.

der Ungenauigkeit der Beobachtungen liegen, sondern nur darin, dass die Angaben des Saccharimeters im Moment der Mischung unrichtig sind. Während der Diffusion, d. h. während die concentrirte Lösung sich in dem Lösungsmittel vertheilt, gibt das Saccharimeter einen viel zu geringen Zuckergehalt an, und zwar ist der begangene Fehler um so grösser, je stärker die Diffusion, oder je stärker der Concentrationsunterschied in den aufeinanderfolgenden Schichten ist, und erst, wenn die Mischung schon eine ziemlich vollständige ist, wird der Fehler ein kleiner.

Ohne dass man Correctionen an den einzelnen Zahlenresultaten anbringt, darf man sie nicht zur Berechnung von k anwenden, ausser wenn die aus allen Beobachtungen eines Tages gefolgerte Zuckermenge wenigstens näherungsweise mit der bei Beginn der Diffusion gefundenen Menge übereinstimmt.

Bei seinen Versuchen ist eine solche Uebereinstimmung für Rohrzuckerlösung erst von dem 50ten Beobachtungstag, und für Traubenzuckerlösung von dem 40ten Tag eingetreten.

Er fand dann, dass die Diffusionsconstante k bei einer Temperatur von 14° — 15° C.

Für Rohrzucker 0.3144

„ Traubenzucker 0.3180

ist.

Die Diffusionsconstante k bedeutet in diesem Falle diejenige Salzmenge, welche beim stationären Zustand in einem Tag durch einen Querschnitt von $1 \square$ Ctm. fließen würde, wenn die Höhe des ganzen Diffusionsgefässes 1 Ctm. wäre und an seinen Enden der Concentrationsunterschied von 1 Gramm stattfände.

Die saccharimetrische Methode zum Studium des Diffusionsprocesses wurde schon vor Voit von Prof. Hoppe-Seyler¹⁾ benutzt, doch wurde dabei keine Diffusionsconstante berechnet.

1) Medic. chem. Untersuchungen von Hoppe-Seyler, I. p. 1.

Zum Schluss möge noch eine unvollendete Arbeit von S. May¹⁾ erwähnt werden. In derselben macht der Verfasser einige Angaben über die Bestimmung der Diffusionsconstante des schwefelsauren Kali; der schliessliche Werth der Constante ist aber nicht festgestellt worden.

Wenn, wie aus dem Vorstehenden ersichtlich ist, auch bereits eine grosse Anzahl von Untersuchungen über die Diffusion der Flüssigkeiten vorliegt, so sind doch dieselben fast alle nicht geeignet zu zeigen, ob und in welchen Grenzen der Vorgang der Diffusion wirklich in Uebereinstimmung mit der von Fick zu Grunde gelegten Theorie ist. Nur die Versuche von Voit und Beez erlauben eine strenge Vergleichung zwischen Theorie und Versuch, doch geben sie keinen Aufschluss über den Vorgang der Diffusion im ersten Stadium; aber gerade da kommen Processe vor, die einen gewissen Einfluss auf die Werthe der Diffusionsconstante ausüben.

Der Nachweis, ob und in welchen Grenzen auf die Diffusion eine ähnliche theoretische Behandlung anwendbar ist, wie sie Fourier auf die Wärmeleitung angewandt hat, ist aber von grosser Bedeutung. Mit dem strengen Nachweis einer Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erscheinung würde für weitere experimentelle Untersuchungen ein sicheres Fundament zur Bestimmung von Diffusionsconstanten der verschiedensten Flüssigkeiten gelegt sein. Die Ermittlung derselben, wie leicht ersichtlich ist und mehrfach hervorgehoben wurde, ist für die Molecularphysik von wesentlichem Interesse. Die saccharimetrische Methode hat, wie wir schon gesehen haben, nach Voit auch den Mangel, dass die saccharimetrischen Angaben in den ersten Tagen der Diffusion zu klein sind.

Die von Fick und Beez angewandte Methode ist allerdings die einfachste, aber, ungeachtet der guten Resultate von Fick und Beez, erlaubt sie nicht immer eine

1) Carl Repert. XI. p. 185.

bequeme und sichere Bestimmung. Andererseits erlaubt sie keineswegs einen Gesamtüberblick über den Gang der Diffusion.

Meiner Ansicht nach soll bei der Untersuchung über die Diffusion der Flüssigkeiten das Bestreben des Experimentators dahin gerichtet sein, bei den Bestimmungen das Diffusionsgefäß vollständig unberührt zu lassen.

Ich habe mir nun die Aufgabe gestellt, von neuem mit einer möglichst einfachen und, wie es scheint, hinlänglich fehlerfreien Methode, welche eine leichte Beobachtung des variablen Zustandes der Diffusion erlaubt, die Theorie der Diffusion, wie sie zuerst von Fick ausgesprochen ist, an der Erfahrung zu prüfen.

Ich habe als diffundirende Substanzen diejenigen gewählt, deren sich auch Fick bedient hat, nämlich Kochsalzlösung und Wasser.

Im Folgenden gebe ich eine Darstellung der von mir benutzten Methode und die Resultate, die ich erhielt.

Das Resultat dieser Versuche lässt sich dahin aussprechen, dass die Diffusion zwischen Kochsalzlösung und Wasser, freilich innerhalb ziemlich weiter Grenzen, in Uebereinstimmung mit der Theorie der Diffusion ist, wenn man von der Diffusion in dem ersten Stadium (etwa 24 Stunden) absieht.

Auf die Diffusion in den ersten 24 Stunden ist die Theorie, falls man nicht complicirte Grenz- und Anfangsbedingungen einführen will, nicht streng anwendbar. Am Schluss der Arbeit werde ich zu zeigen suchen, woher die Abweichungen im Gange der Diffusion beim Beginn derselben rühren.

Dass es mir nicht gelungen ist, die Diffusionsconstante aus den einzelnen Beobachtungen im späteren Verlauf der Diffusion in engere Fehlergrenzen einzuschliessen, kann, soviel ich sehe, nur davon herrühren, dass es eben nicht möglich ist, kleine Temperaturschwankungen und damit Strömungen in der Flüssigkeit auszuschliessen.

I
früh
Gefä
Säule
von d
an in
einer
der L
solche
Zusta
F
gelten

ist:

I
aus d
Versu
einer
an ge

(5)

Ist

so gel

(6) u

1)

2)

Ann.

Die Methode.

Die Herren Wild und Simmler¹⁾ haben bereits früher vorgeschlagen, ein prismatisches oder cylindrisches Gefäß von constantem Querschnitt zu nehmen, worin eine Säule vom Lösungsmittel, z. B. Wasser, über einer solchen von der Salzlösung geschichtet ist, und die Concentration u an irgend einer Stelle des Diffusionsgefäßes zu irgend einer Zeit durch Ermittlung des Brechungsexponenten der Lösung an der betreffenden Stelle zu bestimmen. Bei solcher Anordnung des Versuches hat man einen variablen Zustand der Diffusion.

Ein particuläres Integral der für variable Zustände geltenden Differentialgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

ist:

$$u = e^{-m^2 k t} (A \cos m x + B \sin m x).$$

Durch Bestimmung der Constanten dieses Integrals aus den gegebenen Anfangs- und Grenzbedingungen²⁾ des Versuches findet man für die Concentration u an irgend einer Stelle x der Flüssigkeitssäule (von der Oberfläche an gerechnet) die folgende Formel:

$$(5) \quad u = \frac{u_0 h_1}{H} - \frac{2u_0}{\pi} \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{1}{p} \sin \frac{p\pi}{H} h \cos \frac{p\pi}{H} x e^{-\left(\frac{p\pi}{H}\right)^2 k t}.$$

Ist

$$h = h_1 = \frac{H}{2},$$

so geht diese Gleichung in die folgende über:

$$(6) \quad u = \frac{u_0}{2} - \frac{2u_0}{\pi} \sum_{p=0}^{p=\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \cos \frac{2p+1}{H} \pi x e^{-\left(\frac{2p+1}{H} \pi\right)^2 k t}.$$

1) Pogg. Ann. C. p. 228–231.

2) Diese Bedingungen sind:

$$u(x=0) = 0, \quad u(x=h) = 0 \quad \text{für } t = 0.$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x=0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(x=H) = 0 \quad \text{für jedes } t.$$

u_0 ist die ganze Concentration, h die Höhe der Wassersäule, h_1 die Höhe der Salzlösung, und $h + h_1 = H$; p nimmt in der ersten Formel alle Werthe von 1 bis ∞ , in der zweiten alle Werthe von 0 bis ∞ an.

Es kann mithin, wenn zusammengehörige Werthe von x , u und t beobachtet sind, mittelst der obigen Formel die Diffusionsconstante gefunden werden.

Die Bestimmung der Concentration durch Beobachtung des Brechungsexponenten ist nicht bloß eine sehr mühsame, sondern auch eine ziemlich unsichere, wie eine einfache Ueberlegung ergibt.

Ich habe im Folgenden eine einfache optische Methode zur Bestimmung der Concentration an verschiedenen Stellen während des variablen Zustandes benutzt, welche von den hauptsächlich störenden Fehlerquellen der oben genannten Methoden frei ist.

Das Princip dieser Methode, deren Hauptgedanken ich Herrn Prof. Kundt verdanke, ist im allgemeinen Folgendes:

Hat man ein parallelepipedisches, mit planparallelen Glaswänden begrenztes Gefäß und hängt man hinter dasselbe einen schwarzen Faden, so ist das Bild des Fadens durch das Gefäß gesehen bekanntlich eine gerade Linie. Es bleibt noch eine gerade Linie, wenn in dem Gefäße eine homogene Flüssigkeit, z. B. Wasser, sich befindet.

Denken wir uns jetzt ein dreieckiges, gleichseitiges Prisma (mit Fusschrauben versehen) auf den Boden des Gefäßes so gestellt, dass dessen eine Seite db (Taf. II Fig. 2a) zu zwei parallelen Flächen des Gefäßes senkrecht steht. Befindet sich in dem Prisma, ebenso wie in dem äusseren Gefäße Wasser und hängt der Faden dem Prisma gegenüber, so erscheint er durch Wasser und Prisma gesehen wiederum als eine gerade Linie. Erlauben die hohen, unter dem Prisma angebrachten Fusschrauben den Faden zugleich einerseits zwischen dem Boden des Prismas und dem des Gefäßes und andererseits durch das Prisma selbst zu sehen, so ist das Bild des Fadens eine einzige gerade Linie.

Befindet sich dagegen in dem Prisma anstatt des Wassers irgend eine andere Flüssigkeit, so besteht das Bild des Fadens aus zwei scharf getrennten Linien, aus demjenigen Theile *ab* (Taf. II Fig. 2b), der durch diese Flüssigkeit im Prisma gebrochen wird. und aus dem ungebrochenen Theile des früheren Bildes *cd*.

Sind in dem Prisma zwei Flüssigkeiten über einander geschichtet, z. B. in dem unteren Theile eine Salzlösung ganzer Concentration und oben Wasser, bilden beide noch eine scharf begrenzte Trennungsfläche *fg* (Taf. II Fig. 2c), und befindet sich in dem äusseren Gefässe Wasser, so besteht das Bild des Fadens aus drei getrennten Theilen: *ab*, *cd* und *kl*, unter welchen *kl* dieselbe Lage hat, wie *ab*. Aber schon beim Beginn der Diffusion fängt eine allmähliche Verschmelzung der Linien *ab* und *cd* an ihren Enden *b* und *c* an, und das Bild des Fadens nimmt die Form einer Curve *ab* an (Taf. II Fig. 2d), die wir Concentrationscurve nennen wollen.

Jeder Punkt dieser Curve entspricht einer gewissen Concentration, die zwischen der Maximal- und der Minimal-Concentration der Flüssigkeitssäule liegt.

Hat man nun aber in dem äusseren Gefäss anstatt des Wassers eine Lösung, deren Concentration zwischen der Maximal- und der Minimal-Concentration des Prismas liegt, so hat *kl* (Taf. II Fig. 2c), wie leicht zu verstehen ist, immer eine Lage zwischen *ab* und *cd*.

Bringt man jetzt das Fadenkreuz eines Kathetometers mit *kl* in Coincidenz und geht man mit dem Fernrohre in einer verticalen Ebene hinauf, dann bezeichnet der Schnittpunkt des Fadenkreuzes mit der Concentrationscurve den Punkt, resp. die horizontale Schicht, wo die nämliche Concentration vorhanden ist, wie in dem Behälter selbst.

Wie man sieht, ist das Verfahren sehr einfach.

Zum besseren Verständniss möge die Methode noch einmal kurz zusammengefasst werden.

Schichtet man in dem Prisma Wasser über eine Salz-

lösung ganzer Concentration und giesst man in den Behälter eine Lösung desselben Salzes, aber von kleinerer Concentration, z. B. $\frac{3}{4} u_0$, $\frac{1}{4} u_0$, $\frac{1}{8} u_0$, u. s. w., lässt man das Fadenkreuz des Kathetometers mit dem Bilde des Fadens unter dem Prisma zusammenfallen, geht man nachher mit dem Fernrohre in der verticalen Ebene hinauf, so bezeichnet der Schnittpunkt des Fadenkreuzes mit der Concentrationscurve die Lage derjenigen Schicht, welche die nämliche Concentration besitzt, wie die Lösung in dem Behälter.

Ermittelt man somit die Lage einer gewissen Concentration und macht man dieselbe Bestimmung jede 24 Stunden, vom Anfang der Diffusion an gezählt, so hat man in den Formeln (5) und (6) für ein bestimmtes u eine Anzahl zugehöriger Werthe von x und t .

Anordnung der Apparate.

In einem kleinen Zimmer mit steinernem Fussboden, in welchem die Temperaturschwankungen während 24 Stunden 2° C. und während der ganzen Versuchsdauer 3° C. selten überschritten haben, war auf einem grossen, sehr soliden Tisch auf einer eisernen, mit Stellschrauben versehenen Platte der Apparat aufgestellt, und in einer Entfernung von ungefähr 1.5 M. von dem Apparate auf einer isolirten Steinplatte befand sich das Kathetometer.

Der Behälter war sorgfältig gearbeitet; seine Wände sowie sein Boden bestanden aus planparallelen Glasscheiben. Die Wände standen ganz senkrecht zum Boden, dem andererseits bei jedem Versuche mit Hülfe einer Libelle eine genau horizontale Lage gegeben wurde.

In den Behälter stellte ich meistens zwei dreiseitige Prismen, die mit Fusschrauben versehen waren. Die Prismen wurden vor jedem Versuche sorgfältig gereinigt, und alle äusseren Metallflächen mit einer dünnen Schicht von Schellack überzogen.

Ich habe meine Versuche nur mit Kochsalzlösung und Wasser angestellt. Vor jedem Versuche wurden beide

Flüssig
luftfrei

Zu

Verrück
zu ver
nachhe
und m
Kathet
gezoge
(von e
centrin
gebrac
jedesm
gezeigt
gleich

Je
der mi
Behält
gegent

H
Stab in
gegent
zen, d
waren
curve

Je
Ablesu
Versuc

Le
lesung
Appar
aufgeh
tur des

D
Min.-T
momet

Flüssigkeiten sorgfältig filtrirt und durch langes Kochen luftfrei gemacht.

Zuerst goss ich in den Behälter vorsichtig, um jede Verrückung der Prismen aus den einmal gegebenen Lagen zu vermeiden, die Lösung $\frac{1}{3}$ u. Concentration; brachte nachher in jedes der Prismen etwa je 100 Cc. Wasser und mass die Höhen dieser Wassersäulen mit Hülfe des Kathetometers. Sodann wurden mit Hülfe eines fein ausgezogenen Hebers oder häufiger eines Ausflussröhrchens (von etwa 1 Mm. Durchmesser) ungefähr 100 Cc. concentrirte Kochsalzlösung (u_0) unter das Wasser hinein gebracht. Trotz der Sorgfalt, mit der diese Operation jedesmal vorgenommen wurde, haben genaue Messungen gezeigt, dass selten die Höhen der Flüssigkeiten absolut gleich ausfielen.

Jedes Prisma wurde mit einer Glasplatte, deren Ränder mit Fett geschmiert waren, bedeckt, sowie auch der Behälter, in den ich vorher noch zwei Thermometer in gegenüberliegende Ecken stellte.

Hinter den Behälter, an einen festen horizontalen Stab in einer der Wand des Behälters parallelen Ebene, gegenüber jedem Prisma, wurde ein Loth an einem schwarzen, dünnen Seidenfaden gehängt. Die Bilder dieser Fäden waren es, die mir bei den Versuchen die Concentrationscurve lieferten (Fig. 2e).

Jede Ablesung machte ich mindestens dreimal. Die Ablesungen wurden alle 24 Stunden, vom Anfang des Versuches an gezählt, gemacht.

Ich habe häufig ein Kerzenlicht während meiner Ablesungen gebraucht. Dasselbe wurde nicht weit von dem Apparate aufgestellt, um den Hintergrund, wo die Fäden aufgehängt waren, etwas heller zu machen. Die Temperatur des Zimmers wurde dadurch nicht merklich geändert.

Dieselbe wurde durch ein Rumford'sches Max.- und Min.-Thermometer und noch durch einige andere Thermometer bestimmt.

Vor dem einzigen Fenster des Zimmers, welches immer geschlossen war, befand sich ein Reservoir, das ich während der Versuchsdauer voll reinen Wassers hielt. Die Wasseroberfläche war ziemlich gross, was dazu beitragen konnte, die Luft immer mit Wasserdampf gesättigt zu halten, um jede merkliche Verdunstung in dem Versuchsapparate zu verhindern.

Resultate.

Nach einer grösseren Anzahl von Vorversuchen, die ich anstellte, um mich mit den Beobachtungen vertraut zu machen, auch die etwaigen Fehlerquellen der Methode kennen zu lernen, habe ich vier definitive Versuchsreihen durchgeführt. Bei den drei ersten Versuchsreihen standen in dem weiteren Behälter zwei Diffusionsprismen (Fig. 2e), bei der vierten nur eins.

Zur Berechnung der Diffusionsconstante aus den ersten drei Versuchsreihen habe ich die Formel (5), bei dem letzten Versuche die Formel (6) benutzt, weil in diesem Falle die Bedingung, dass $h = h_1$ ist, erfüllt war.

Die in der Rechnung gebrauchten Einheiten sind als Längeneinheit Centimeter, als Flächeneinheit $\square\text{Ctm.}$, als Zeiteinheit der Tag und als Gewichtseinheit das Gramm. Alsdann ist die Diffusionsconstante diejenige Salzmenge, welche beim stationären Zustand in einem Tage durch 1 $\square\text{Ctm.}$ fliessen würde, wenn die Höhe der Flüssigkeitssäule gleich 1 Centimeter und die Concentrationsdifferenz an beiden Enden der Flüssigkeitssäule ein Gramm wäre.

Was die Rechnung betrifft, so habe ich Folgendes zu bemerken. Je grösser t in der von mir benutzten Reihe ist, desto rascher convergirt dieselbe bekanntlich. Auf keinen Fall darf man sich für die ersten Versuchstage mit dem ersten, oder dem ersten und zweiten Gliede der Reihe begnügen, da die Werthe der folgenden Glieder relativ zu dem Werthe des ersten ziemlich gross ausfallen können. Ich habe immer so viel Glieder benutzt, bis der absolute Werth der letzten von ihnen höchstens 0.001 von

dem Werthe des ersten erreichte. Von dem achten bis zehnten Tage an genügte es, zwei oder drei Glieder zu nehmen.

Ich lasse nun zunächst die Beobachtungen der vier Versuchsreihen folgen. Die erste Columnne in denselben enthält die Zeit der Ablesung. Unter x befinden sich die durch das Kathetometer bestimmten Lagen der $\frac{1}{8} u_0$ Concentration, von der Oberfläche an gerechnet; unter $(h-x)$ die Abstände derselben Concentration von der ursprünglichen Trennungsfläche. Die Columnne, welche mit k überschrieben ist, enthält die aus jeder einzelnen Beobachtung berechneten Diffusionsconstanten.

Die genauen Werthe von k wurden erst aus den Beobachtungen vom 6. Tage an berechnet; für die kleineren Werthe von t erhält man aus dem ersten Gliede der Reihe allein negative Werthe für die Diffusionsconstante. Aber indem man den mittleren Werth der Constante aus den späteren Tagen benutzt, kann man leicht auch die Beobachtungen von den ersten 5 Tagen zur Berechnung von k verwenden.

Versuch I.

Anfang 14. IX. 1875. Es ist der Diffusionsgang $1/8 u_0$ Concentration beobachtet worden. Prisma I. $h = 5.626$ Ctm.

$h_1 = 5.710$ Ctm. $H = 11.336$ Ctm. $T = 13-16^\circ \text{ C.}$

Zeit der Ablesungen.		x	$h-x$	k
t		Ctm.	Ctm.	
1. IX.	15. 9 h. 50 m.	4.466	1.160	
2. "	16. "	4.106	1.520	
3. "	17. "	3.748	1.878	
4. "	18. "	3.499	2.127	
5. "	19. "	3.278	2.348	0.475
6. "	20. "	3.021	2.605	0.469
7. "	21. "	2.860	2.766	0.466
8. "	22. "	2.651	2.975	0.469
9. "	23. "	2.320	3.306	0.504
10. "	24. "	2.108	3.518	0.520

Versuch I.

Prisma II. $h = 5.50$ Ctm. $h_1 = 5.60$ Ctm. $H = 11.10$ Ctm.

Zeit der Ablesungen.				x	$h - x$	k
$t.$				Ctm.	Ctm.	
1.	IX.	15.	10 h. 10 m.	4.273	1.227	
2.	"	16.	"	3.928	1.572	
3.	"	17.	"	3.570	1.930	
4.	"	18.	"	3.286	2.214	
5.	"	19.	"	3.072	2.428	
6.	"	20.	"	2.860	2.640	0.420
7.	"	21.	"	2.589	2.911	0.430
8.	"	22.	"	2.418	3.082	0.427
9.	"	23.	"	2.008	3.492	0.445
10.	"	24.	"	1.658	3.842	0.478

Versuch II.

Anfang 22. X. 1875. Prisma I. $h = 5.570$ Ctm. $h_1 = 5.710$ Ctm. $H = 11.280$ Ctm. $T = 13-15^\circ \text{C.}$

Zeit der Ablesungen.				x	$h - x$	k
$t.$				Ctm.	Ctm.	
1.	X.	23.	10 h. 25 m.	4.644	0.926	
2.	"	24.	"	—	—	
3.	"	25.	"	3.951	1.619	
4.	"	26.	"	3.715	1.855	
5.	"	27.	"	3.374	2.196	
6.	"	28.	"	3.254	2.316	
7.	"	29.	"	3.106	2.464	0.433
8.	"	30.	"	2.920	2.650	0.439
9.	"	31.	"	2.708	2.862	0.431
10.	XI.	1.	"	2.526	3.044	0.421
11.	"	2.	"	2.136	3.434	0.420
12.	"	3.	"	1.903	3.665	0.424
13.	"	4.	"	1.648	3.922	0.425
14.	"	5.	"	—	—	—
15.	"	6.	"	0.988	4.582	0.441

Versuch II.

Prisma II. $h = 5.486$ Ctm. $h_1 = 5.680$ Ctm. $H = 11.166$ Ctm.

Zeit der Ablesungen.			x	$h-x$	k
			Ctm.	Ctm.	
1.	X. 23.	10 h. 43 m.	4.358	1.128	
2.	" 24.	"	—	—	
3.	" 25.	"	3.660	1.826	
4.	" 26.	"	3.346	2.140	
5.	" 27.	"	3.170	2.316	
6.	" 28.	"	2.878	2.608	
7.	" 29.	"	2.730	2.756	0.415
8.	" 30.	"	2.484	3.002	0.427
9.	" 31.	"	2.254	3.232	0.438
10.	XI. 1.	"	1.865	3.621	0.466
11.	" 2.	"	1.601	3.885	0.463
12.	" 3.	"	1.259	4.227	0.465
13.	" 4.	"	0.915	4.571	0.447
14.	" 5.	"	—	—	—
15.	" 6.	"	0.174	5.312	0.420

Versuch III.

Anfang 6. XII. 1875. Prisma I. $h = 5.709$ Ctm.
 $h_1 = 5.661$ Ctm. $H = 11.370$ Ctm. $T = 7-10^\circ$ C.

Zeit der Ablesungen.			x	$h-x$	k
			Ctm.	Ctm.	
1.	XII. 7.	6 h.	4.475	1.234	
2.	" 8.	"	4.185	1.524	
3.	" 9.	"	3.612	2.097	
4.	" 10.	"	3.420	2.289	
5.	" 11.	"	3.146	2.563	
6.	" 12.	"	2.890	2.819	0.482
7.	" 13.	"	2.485	3.224	0.504
8.	" 14.	"	2.142	3.567	0.495
9.	" 15.	"	—	—	—
10.	" 16.	"	1.131	4.578	0.571
11.	" 17.	"	0.865	4.844	0.550

Versuch III.

Prisma II. $h = 5.788$ Ctm. $h_1 = 5.705$ Ctm. $H = 11.443$ Ctm.

Zeit der Ablesungen.		x	$h-x$	k
t		Ctm.	Ctm.	
1.	XII. 7. 6 h. 15 m.	4.627	1.161	
2.	" 8. "	4.335	1.453	
3.	" 9. "	3.927	1.861	
4.	" 10. "	3.660	2.128	
5.	" 11. "	3.290	2.498	
6.	" 12. "	3.055	2.733	
7.	" 13. "	2.985	2.803	0.463
8.	" 14. "	2.745	3.043	0.460
9.	" 15. "	—	—	—
10.	" 16. "	2.005	3.783	0.534
11.	" 17. "	1.675	4.113	0.532

Versuch IV.

Anfang 6. I. 1876. $h = 5.648$ Ctm. $h_1 = 5.652$ Ctm.
 $H = 11.300$ Ctm. $T = 7-10^0$ C.

Zeit der Ablesungen.		x	$h-x$	k
t		Ctm.	Ctm.	
1.	I. 7. 10 h.	4.503	1.145	0.501
2.	" 8. "	4.169	1.479	0.390
3.	" 9. "	3.842	1.806	0.405
4.	" 10. "	3.561	2.087	0.389
5.	" 11. "	3.431	2.217	0.395
6.	" 12. "	3.195	2.453	0.425
7.	" 13. "	2.948	2.700	0.419
8.	" 14. "	2.766	2.882	0.390
9.	" 15. "	2.525	3.123	0.406
10.	" 16. "	2.280	3.368	0.417
11.	" 17. "	1.941	3.707	0.443
12.	" 18. "	1.403	4.245	0.482
13.	" 19. "	1.162	4.486	0.469

Meine Versuche haben, wie man sieht, keinen directen Beweis dafür geliefert, dass die Werthe der Diffusions-

constante bei höheren Temperaturen grösser ausfallen, als bei niederen. Im Gegentheil, die Versuchsreihe III hat bei einer niedrigeren Temperatur sogar grössere Werthe geliefert.

Betrachtet man nun die Werthe von k in einer einzelnen Versuchsreihe (Verticalcolumnne), so findet man ziemlich starke Schwankungen (Abweichungen der Zahlen unter einander sogar bis zu 19%).

Ein bestimmter Gang, welcher eine Veränderung von k mit der Versuchsdauer erkennen liesse, ist in der bei weitem grössten Zahl der Beobachtungen nicht ersichtlich.

Die Beobachtungsmethode ist jedenfalls eine so zuverlässige, dass aus Einstellungsfehlern die Differenzen zwischen den einzelnen Werthen von k nicht erklärt werden können. Diese Abweichungen dürften auf keine andere Ursache zurückgeführt werden können, als auf kleine, oder plötzlich während des Versuches vorkommende Temperaturschwankungen, welche Strömungen in der Flüssigkeit veranlassen und dadurch den Vorgang der reinen Diffusion stören. Ob es möglich sein wird, in einem geeigneteren Locale diese Temperaturschwankungen geringer zu machen, als sie bei meinen Versuchen waren (2 bis 3° während der Dauer des Versuches), muss dahingestellt bleiben. Ich bemerke, dass besonders bei der Versuchsreihe III einige plötzliche Temperaturschwankungen vorkamen, die die Resultate von III weniger vertrauenswerth machen, als diejenigen in I, II und IV.

Die mittleren Werthe der Diffusionsconstanten aus den Versuchsreihen sind:

		Mittel
Versuch I.	{ Prisma I — $k = 0.483$	0.461
$T = 13-16^{\circ}$ C.	{ Prisma II — $k = 0.440$	
Versuch II.	{ Prisma I — $k = 0.429$	0.435
$T = 13-15^{\circ}$ C.	{ Prisma II — $k = 0.442$	
Versuch III.	{ Prisma I — $k = 0.520$	0.508
$T = 7-10^{\circ}$ C.	{ Prisma II — $k = 0.497$	
Versuch IV.	{	0.418.
$T = 7-10^{\circ}$ C.	{ $k = 0.418$	

Fragt man nun, was man aus den Beobachtungen bezüglich der zu Grunde gelegten Theorie schliessen muss, so wird man die Antwort dahin präcisiren können:

Die Beobachtungen, auf welche die Theorie zur Berechnung von k angewandt wurde, widersprechen der Fick'schen Theorie nicht, vielmehr liefern sie eine Bestätigung derselben insofern, als die einzelnen Werthe von k , freilich in ziemlich weiten Grenzen, um die Mittelwerthe schwanken. Ob es je möglich sein wird, diese Schwankungen geringer zu machen und mithin die Theorie scharf zu controliren, möchte ich bezweifeln, falls es nicht gelingt, die Temperaturschwankungen absolut auszuschliessen.

Reducirt man schliesslich noch die Werthe von k , welche Fick für Kochsalz erhalten, auf dieselben Einheiten, wie diejenige, die wir zu Grunde gelegt haben, so erhält man als Mittel $k = 0,336$.¹⁾ Vergleicht man diese Zahl mit den von mir gefundenen, so findet man, dass sie um 20% kleiner ist.

Die Ursache dieser Nichtübereinstimmung ist vielleicht in dem Umstande zu suchen, dass alle Fick'schen Bestimmungen unter der Voraussetzung gemacht sind, dass bei der Bestimmung der stationäre Zustand der Diffusion eingetreten war. Fick gibt die Grösse der Versuchsdauer nicht an, und da kein genaues Maass zur Constatirung des Eintretens des stationären Zustandes vorhanden ist, so darf man annehmen, dass dieser noch nicht eingetreten war.

Berechnet man für $t = 1$, also für die Dauer des ersten Tages die Diffusionsconstante, so erhält man einen grösseren Werth von k , als aus sämtlichen Beobachtungen an den späteren Tagen. (Siehe oben, Versuch IV.)

Der grosse Werth von k für die Diffusionsconstante während des ersten Tages hat sich bei allen Versuchen

1) Der Werth von k für Na Cl, der aus der Arbeit von Voit angenommen ist und in den Lehrbüchern irrtümlich für den wahren angegeben wird, ist nur eine Verhältnisszahl, die Voit benutzt hat, um sie mit Beilstein'schen Zahlen zu vergleichen.

gezeigt; während die Diffusionsconstante für $t = 2$ sich bereits dem Werth, welchen grosse Werthe von t geben, sehr nähert.

Es entsteht die Frage, woher die Abweichung im Gange der Diffusion, welche durch den grossen Werth von k für den ersten Tag angezeigt wird, herrührt?

Man könnte zunächst glauben, dass diese Erscheinung daher rühre, dass beim Einbringen der Salzlösung in das Prisma eine theilweise Vermischung derselben mit dem bereits in dem Prisma befindlichen Wasser eintritt. Wenn eine solche auch nicht völlig zu vermeiden ist, so ist dieselbe jedenfalls dadurch, dass der Ausfluss der Salzlösung unter das Wasser durch eine sehr feine Spitze des Hebers oder des Ausflussröhrchens langsam und vorsichtig geschieht, möglichst klein gemacht, was sich schon daraus schliessen lässt, dass jedesmal eine schöne, sehr scharfe, spiegelnde Trennungsfläche entsteht.

Muss eine solche Vermischung beim Zusammengiessen die Diffusion während der ersten Zeit merklich beeinflussen und mithin die zu berechnende Diffusionsconstante für den Anfang fälschen, so ist doch noch eine andere Ursache vorhanden, welche für die erste Zeit die Diffusion merklich beeinflussen muss; es sind dies die Capillarerscheinungen zwischen den Flüssigkeiten selbst und den Wänden des Diffusionsgefässes. Es ist, soviel mir bekannt, noch niemals darauf aufmerksam gemacht, dass diese Erscheinungen den Diffusionsgang am Anfang wesentlich modificiren müssen.

Die Theorie, die wir zu Grunde gelegt, setzt voraus, dass die Trennungsfläche der beiden Flüssigkeiten absolut horizontal sei und die Wände auf beide Flüssigkeiten gar keinen Einfluss ausüben.

Bei der Uebereinanderschichtung zweier Flüssigkeiten von verschiedenen specifischen Gewichten, wenn diese mit Vorsicht geschieht, erhält man aber bekanntlich eine Trennungsfläche, die nie eine absolut horizontale Lage hat; sie ist convex oder concav, je nach der Natur der

Flüssigkeiten. Kochsalzlösung und Wasser geben für die erstere eine nach oben convexe Trennungsfläche, die an den Rändern ziemlich steil abfällt. Schwefelkohlenstoff und Benzol geben gleichfalls eine stark nach oben convexe Trennungsfläche, die sogar dem blossen Auge noch einige Tage lang sichtbar bleibt.

Diese Thatsache hat insofern eine Bedeutung, als bei der Diffusion zwischen zwei Flüssigkeiten eine horizontale Schicht nicht in ihrer ganzen Ebene gleiche Concentration besitzt, vielmehr im Anfange die Fläche gleicher Concentration nahe parallel der ursprünglichen Trennungsfläche bleibt. Bei Kochsalzlösung und Wasser bleibt sie eine Zeitlang convex. Um diese Thatsache auch durch directe Messung zu bestätigen, habe ich vor dem Prisma gerade gegenüber den Ecken noch zwei Fäden aufgehängt und jetzt die Lagen gleicher Concentration an drei Orten des Prismas, in der Mitte und in den beiden Grenzschichten dicht neben den Wänden, gemessen. Das Resultat der Messung hat gezeigt, dass in den ersten 24 Stunden die Fläche gleicher Concentration noch eine convexe war, d. h. dass sie neben den Wänden eine niedrigere Lage hatte, als in der Mitte des Prismas.

Es liegt auf der Hand, dass die erwähnte Erscheinung von wesentlichem Einfluss auf die ersten Stadien der Diffusion sein muss; in welchem Sinne dieselbe wirkt, lässt sich freilich nicht wohl a priori mit Sicherheit entscheiden.

Vielleicht ist der Vorgang dahin zu beschreiben, dass das Wasser von oben sich capillar zwischen die Salzlösung und die Glaswände hinein drängt und dadurch die Salzlösung in dem grössten Theile des Querschnittes nach oben treibt.

Nach Verlauf eines Tages ist, wie schon bemerkt, die Trennungsfläche zwischen den beiden Flüssigkeiten, Wasser und Kochsalzlösung, fast völlig verschwunden, alsdann wird auch die Concentration in einer horizontalen Schicht merklich constant sein und damit der Diffusionsgang ein solcher, wie ihn die Theorie zu Grunde legt. Man wird daher aus

den
stimul

Cons
Tage
Tage
den,
für
cent
für
Fehl
rech

den
man
schic
Resu
in
mus

fläch
Stad

Mis
die
welc
grös

den Beobachtungen an den folgenden Tagen nahe übereinstimmende Diffusionsconstanten erhalten.

Bemerken muss ich, dass der absolute Werth dieser Constante, wie er oben aus der Beobachtung an späteren Tagen berechnet wurde, durch die Störung am ersten Tage etwas beeinflusst werden kann. Um dies zu vermeiden, müsste man die Constante eventuell nicht aus den für bestimmte t beobachteten Werthen der Lage der Concentration, sondern aus dem Vorrücken der Concentration für bestimmte Zeitdifferenzen berechnen. Bei der grossen Fehlergrenze der Beobachtungen scheint eine solche Berechnung nicht nöthig.

Wollte man den Einfluss der Capillarität zwischen den Wänden und der Flüssigkeit genau studiren, so müsste man die Diffusionsversuche mit Gefässen von sehr verschiedenem Querschnitt anstellen. Ob es gelingen wird, Resultate zu erhalten, welche uns einen sicheren Einblick in die Wirkung dieser Kraft auf die Diffusion liefern, muss dahingestellt bleiben.

Ich begnüge mich, auf den Einfluss der Trennungsfläche und der Wände für die Diffusion in dem ersten Stadium derselben hingewiesen zu haben.

Ob noch andere Ursachen, als die mechanische Mischung beim Zusammengiessen der Flüssigkeiten und die oben besprochene Capillarerscheinung vorhanden sind, welche die Diffusion im Anfang direct oder indirect vergrössern, konnte ich nicht entscheiden.

Strassburg i/E., Juli 1876.

**IV. Ueber die innere Reibung fester Körper;
von Dr. Paul Moritz Schmidt in Breslau.¹⁾**

§. 1. Einleitung.

Ausser den dauernden Formveränderungen, welche ein fester elastischer Körper erfährt, sobald man irgend welche Kräfte auf ihn wirken lässt, die seinen Theilchen Verrückungen aus der Gleichgewichtslage über die Elasticitätsgrenze hinaus ertheilen, gibt es bekanntlich auch innerhalb dieser Grenze noch andere, welche sich von jenen wesentlich dadurch unterscheiden, dass sie mit der Zeit abnehmen und endlich ganz und gar verschwinden.

Diese Erscheinungen sind zuerst von W. Weber unter dem Namen der „elastischen Nachwirkung“ zusammengefasst und in der bekannten Arbeit (Götting. Gelehrt. Anzeiger, 1835, Stück 8) studirt worden. Dort bezeichnet er mit diesem Namen „diejenige Ausdehnung eines durch ein Gewicht gespannten Fadens, welche nach erfolgter Anspannung im Verlaufe längerer Zeit noch nachfolgt und die man als Function der Fortdauer der Spannung zu betrachten hat“. Nach dieser Erklärungsweise würde man demnach für die Torsion unter „elastischer Nachwirkung“ die zeitweilige Entfernung der Theilchen eines festen Körpers aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage nach Aufhebung einer vorhergegangenen Torsion zu verstehen haben; d. h. also: die durch eine primäre Deformation erzeugten Verrückungen secundärer Natur, die Nachwirkungsdeformationen.

Diese Auffassung, der man in jüngster Zeit wiederholt Raum gegeben hat, steht jedoch nicht im Einklang mit der Anschauung, welche wir mit dem Begriff der Elasticität verknüpfen. Ihr entsprechend werden wir vielmehr diejenige Kraft, welche die Nachwirkungsdeforma-

1) Inauguraldissertation mit einigen Kürzungen. Die Red.

tionen aufzuheben strebt, mit vollem Recht als „nachwirkende Elasticität“ oder als „elastische Nachwirkung“ bezeichnen können.¹⁾ Die Auseinanderhaltung und Präcision der Begriffe bietet besonders dann grossen Vortheil, wenn es sich darum handelt, den Einfluss jener Kräfte auf ein anderes Phänomen, die „innere Reibung“, nachzuweisen und zu untersuchen. Diese letztere bildet den eigentlichen Gegenstand meiner zweijährigen Beobachtungen.

Ueber die innere Reibung liegen uns bis jetzt so wenig Untersuchungen vor und ausserdem entbehren sie in ihren Resultaten einer befriedigenden Uebereinstimmung so sehr, dass es unmöglich ist, von ihnen aus einen sicheren Schluss auf das Wesen der innern Reibung machen, geschweige denn eine vollständige, mathematisch strenge Theorie derselben aufstellen zu können. Ausserdem ist man nach der jetzigen Lage des experimentellen Materials ganz ausser Stande, über den Zusammenhang jener obenerwähnten Nachwirkungsdeformationen mit der innern Reibung zu entscheiden; ja, man kann nicht einmal mit einiger Sicherheit den Nachweis führen, dass eine Abhängigkeit zwischen beiden Erscheinungen factisch bestehe, wenn dieselbe auch mit grosser Wahrscheinlichkeit anzunehmen ist. Um so mehr ist es zu bedauern, wenn in den experimentellen Abhandlungen nur die Resultate der Beobachtungen mitgetheilt werden, oder letztere nur in dem Umfange, dass eine Vergleichung mit den eigenen Beobachtungen unmöglich gemacht wird.

So existirt über die innere Reibung nur eine einzige Arbeit von Herrn Streintz²⁾, welche ein reiches Beobachtungsmaterial liefert und in enger Beziehung zu der meinigen steht.

1) Vgl. auch Pernet, Beiträge zur Thermometrie; Inauguraldissertation 1875. p. 4 oder Carl Repert. XI. p. 257. 1875.

2) Wien. Ber. LXIX. II. Abth., Jahrg. 1874; auch Pogg. Ann. CLI. Jahrg. 1874.

Ich werde Gelegenheit haben, noch öfter auf sie zurückzukommen. Aus demselben Grunde thue ich auch der drei anderen, über diesen Gegenstand handelnden Arbeiten hier nur Erwähnung, nämlich der von F. Braun: Ueber Amplituden, deren Schwingungen nicht unendlich klein sind, ¹⁾ in welcher nur ein Abschnitt (§. 12) die innere Reibung näher berührt, wo es sich nämlich um die Abhängigkeit derselben von der Amplitude handelt. Ferner hat die Abhandlung von W. Thomson: On the elasticity and viscosity of metals ²⁾ auch nur in dieser Beziehung Interesse; dieselbe beschränkt sich im übrigen, ebenso wie die von Warburg: Ueber die Dämpfung der Töne durch innere Widerstände ³⁾ nur auf die Resultate ohne ausführliches Beobachtungsmaterial. In seiner Arbeit über die elastische Nachwirkung hat auch L. Boltzmann ⁴⁾ eine theoretische Betrachtung über die innere Reibung gegeben, durch welche er zu einem Resultate kommt, welches mit meinen Beobachtungen in scheinbarem Widerspruch steht. Ich werde auf dieselbe am Schluss zurückkommen.

Die Beobachtungen selbst wurden im physikalischen Institut der Universität Breslau angestellt, dessen Director Herr Prof. O. E. Meyer mich dabei mit Rath und That unterstützte. Ich erlaube mir, dafür ihm, wie auch Herrn Dr. Pernet meinen besten Dank zu sagen.

§. 2. Beschreibung des Apparates.

Die Torsionsschwingungen eines an einem Draht aufgehängten Körpers werden durch zwei Ursachen vernichtet, einmal durch die Reibung der Luft an dem Körper, dann aber zum grössten Theil durch den inneren Widerstand, welchen der Draht der Bewegung entgegensetzt. Da nach dem Gauss-Weber'schen Gesetz das Verhältniss

1) Pogg. Ann. CLI. 1874.

2) Phil. Mag. XXX. Fourth Series.

3) Berl. Monatsber. 1869.

4) Pogg. Ann. Ergbd. VII. 1876.

zweier aufeinanderfolgender Amplituden $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots$ constant ist, so ist $\log \frac{\varphi_0}{\varphi_1} = \log \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \dots = \epsilon$ das „logarithmische Decrement“ dieser Reihe und man hat in ihm ein Maass für die Grösse der Abnahme der Schwingungsbogen. Dabei beziehe ich, wie überhaupt im Folgenden, das Decrement auf Briggs'sche Logarithmen.

Zur Beobachtung der Schwingungsbogen bediente ich mich der bekannten Methode der Spiegelablesung. — Zu diesem Zweck war in der Wand des Beobachtungszimmers in einer Höhe von ungefähr 3 M. über dem Fussboden ein Kniestück (Taf. II Fig. 3) von starkem Eisenblech, senkrecht zur Wand eingemauert, welches auf seiner Oberseite ein Messingstück aufgeschraubt trug, das mit seinem vorderen Ende, mit einem Torsionskreis von bekannter Construction versehen, einige Centimeter über das Kniestück hervorragte. Der Torsionskreis trug an seiner Unterseite eine Messingplatte von 1 □ Ctm. Fläche, auf welche eine andere gleichgrosse mittelst zweier Schrauben fest aufgeschraubt werden konnte. Zwischen diese wurde das obere Ende des zu untersuchenden Drahtes eingespannt. Das freie (untere) Ende desselben wurde in eine Schraube eingelöthet, welche das spannende Gewicht trug, das die Gestalt einer Kugel hatte. Da jedoch durch das Löthen der Draht an seinem unteren Ende eine bedeutende Temperaturerhöhung und dadurch in diesem Theile eine andere Anordnung der Molecüle erfährt, ausserdem aber dabei kleine Verbiegungen des Drahtes kaum zu vermeiden sind, so wurde später in das Gewicht ein kleiner durchbohrter Messingcylinder eingeschraubt, welcher sich über der Kugeloberfläche in vier prismatische, gleichstarke Theile spaltete und an der Stelle, wo er aus der Kugel hervorragte, ein Schraubengewinde trug. Durch eine darauf geschraubte, ebenfalls cylindrische Messinghülse wurden die vier Theile so weit zusammengedrückt, dass sie das untere Ende des Drahtes festklemmten. Die Dimensionen dieser ganzen Vorrichtung waren natürlich so klein, dass

der Widerstand, welchen ihre Oberfläche bei der Bewegung durch die Luftreibung erfuhr, gegenüber dem an der Kugel vernachlässigt werden durfte.

Um den Draht auf beliebige Längen verkürzen zu können, waren vertical unter dem bereits erwähnten Kniestück noch zwei andere ebensolche in die Wand eingemauert, zwischen welchen ein in Millimeter getheilter verticaler Messingstab (Taf. II Fig. 3) festgeschraubt war. Auf ihm konnte ein verschiebbares Messingstück, welches an seinem vorderen Ende einen durchbohrten Torsionskreis trug, in beliebiger Höhe festgeschraubt werden. Der verschiebbare Torsionskreis, welcher nach unten in eine ebensolche Klemmvorrichtung endigte, wie ich sie oben an der Kugel beschrieben habe, kam genau vertical unter dem oberen zu liegen. Um den Draht auf einen beliebigen Theil seiner Länge zu verkürzen, wurde er von oben herab durch den unteren Torsionskreis gezogen und, nachdem das untere Ende in die Kugel eingespannt war, die Klemme desselben festgezogen.]

Um endlich die Kugel bei ihren Torsionsschwingungen vor Luftströmungen zu schützen, war unter derselben ein Fussgestell mit drei Stellschrauben aufgestellt, welches ein sechseckiges Holztischchen trug (30 Ctm. Durchmesser), das zur Aufnahme eines ebensolchen, 25 Ctm. hohen, Glaskastens diente. In diesem Kasten, welcher oben noch durch zwei halbkreisförmige Glasplatten geschlossen werden konnte, die den Draht durch einen kreisrunden Ausschnitt (1—2 Ctm. Durchmesser) durchliessen, hing die Kugel. — Um die Kugel arretiren zu können, war in der Mitte des sechsseitigen Tischchens ein hohler Messingcylinder von 6—7 Ctm. Höhe angebracht, in welchem ein anderer, massiver, von gleichem Durchmesser, mit Zahnstange versehener steckte, der auf seiner oberen Endfläche eine Kugelschale (2—3 Ctm. Durchmesser) trug. Mittelst eines Zahnrades, das an einer durchbrochenen Stelle am Fusse des Hohlcyinders in die Zahnstange eingriff, konnte man den massiven Cylinder in dem hohlen

auf und ab bewegen und dadurch die Schale der Kugel so weit nähern, dass diese in ihr ruhte.

Um die Kugel in Torsionsschwingungen zu versetzen, wurde sie mittelst dieser Vorrichtung arretirt, der Holzboden mit dem Glaskasten um seine verticale Axe gedreht und die Arretirung gelöst. Hierbei darf die Kugel keine seitlichen Stösse erhalten, sie muss also ganz centrisch aufliegen und der Rand der Schale horizontal sein.

Um die Methode der Spiegelablesung benutzen zu können, war in der Kugel ein kleiner Spiegel eingedreht, welcher das Bild einer in angemessener Entfernung horizontal über einem Fernrohr angebrachten Millimeterscala in dieses reflectirte. Der Scalenthail 500 kam dabei senkrecht zur Axe des Fernrohrs zu stehen. Vor jedem Versuch muss man einige Schwingungen vorübergehen lassen, da anfangs der Draht durch die Arretirung eine etwas geringere Spannung erhalten hat. Zwei Thermometer am oberen und unteren Ende des Drahtes dienten vor und nach jeder Beobachtungsreihe zur Bestimmung der Temperatur. Aus diesen Temperaturen derselben wurde das Mittel genommen.

Es wurden zwei solcher Apparate, sowie zwei Kugeln verwendet.

§. 3. Bestimmung der Constanten des Apparats.

Die schwerere Kugel bestand aus einer ausgegossenen Messinghülle. Ihr Gewicht (durch wiederholte Wägung bestimmt) war: $G = 4472.6$ Grm., ihr Radius 49.72 Mm. Der Durchmesser des Spiegels betrug 11.74 Mm.

Zur Bestimmung der Schwingungsdauer T des Apparats wurden durch ein Taschenchronometer oder eine Secundenuhr einmal die Zeiten des 0., 10. . . . 100. Durchgangs des Apparats durch die Gleichgewichtslage, dann die des 5., 15. . . . 105. Durchgangs bestimmt. Ich erhielt dann aus jeder Reihe zehnmal den Ausdruck für die Schwingungszeit von je 10 Schwingungen und als Mittel daraus zwei Werthe für T , welche höchstens um $\frac{1}{20}$ differirten.

Die Entfernung E der Scala von der Drehungsaxe (dem Draht), bestimmte ich jedesmal, wenn ich einen andern Draht eingespannt hatte, von neuem; ebenso nach jeder Verkürzung; im Durchschnitt betrug sie 165.6 Ctm. = 1665.7 Scal. Theil.

Zur Bestimmung des Trägheitsmoments trug ich kein Bedenken, mich bei dieser Kugel der Gauss'schen Methode zu bedienen, da das Trägheitsmoment so gross ist, dass der Widerstand, den die Luft den an einem sehr feinen, über die Kugel gelegten Draht angehängten Gewichten darbietet, keinen Einfluss auf die Schwingungsdauer ausübt. Nach dieser Methode wird das Trägheitsmoment M bekanntlich durch die Formel:

$$M = m \frac{T^2}{T_1^2 - T^2}$$

gegeben, wo m das Trägheitsmoment der angehängten Gewichte, T die Schwingungsdauer des unbelasteten, T_1 die des belasteten Apparats ist. Ich fand für diese Grössen folgende Werthe: $m = 15039.78$; $T_1 = 8.40''$; $T = 7.22''$, woraus sich $M = 42323$ ergibt, bezogen auf Gramm und Centimeter als Einheiten. Bei einem andern Drahte war $M = 42234$; aus beiden Werthen ergibt sich als Mittelwerth: $M = 42278$.

Die zweite Kugel, deren ich mich als spannendes Gewicht bei sehr dünnen oder weichen Drähten bediente, war aus Holz und trug ebenfalls einen eingedrehten Spiegel. Ihr Gewicht ist 350.18 Grm.; ihren Durchmesser bestimmte ich mit einem Schiebermaassstab mit Nonius; welcher eine sehr genaue Ablesung bis auf $\frac{1}{10}$ Mm. gestattete, auf $2r = 2 \times 39.8$ Mm. Der Radius des Spiegels betrug 9.2 Mm. Die Bestimmung des Trägheitsmoments nach der vorigen Methode war bei dieser Kugel nicht anwendbar aus den erwähnten Gründen, welche schon Herr Prof. Meyer in seiner Arbeit: „Ueber die innere Reibung von Flüssigkeiten“¹⁾ einer näheren Discussion unterworfen hat. Ich

1) Pogg. Ann. CXIII.

berechnete es deshalb aus ihrem Gewicht und Radius zu $M = 2219$.

Um den Einfluss des Luftwiderstandes für meinen Apparat zu eliminiren, bediente ich mich des Ausdrucks, welchen Lampe in einer theoretischen Abhandlung¹⁾ über die Reibung der Flüssigkeiten für das logarithmische Decrement der Luftreibung an einer Kugel gegeben hat:

$$\varepsilon^1 = \frac{\sigma}{2\sqrt{2}} \frac{\xi}{a} + \sigma \left(1 - \frac{\sigma}{8}\right) \frac{\xi^2}{a^2}.$$

Ist ε^1 das log. Decrem. für die Luftreibung, D die Dichtigkeit der Luft, D_1 die der Kugel, η die Reibungsconstante der Luft, r_1 der Radius der Kugel, T die Schwingungsdauer in Secunden, $\pi = 3.1415926 \dots$ so bedeutet hierin:

$$\sigma = 5 \frac{D}{D_1}, \quad \xi = \frac{1}{r_1} \sqrt{\frac{\eta}{D}}, \quad a = \sqrt{\frac{\pi}{T}}.$$

Diese Grössen nehmen für meinen Apparat folgende Werthe an: $D = 0.001293$, bezogen auf 0° C. und 760 Mm. Barometerstand; ebenso $\eta = 0.000190$. Ferner ist für die schwere Kugel $D_1 = 8.30$ und $r_1 = 4.972$ Ctm. Die Schwingungsdauer ist natürlich für jeden Draht und jede Länge eine andere. Für die leichtere Kugel ist $D_1 = 1.33$, $r_1 = 3.98$ Ctm.

Aus diesen Grössen habe ich für jeden Draht und für jede Länge des Drahtes das log. Decrement der Luftreibung berechnet und von dem beobachteten Decrement subtrahirt, um den Werth zu erhalten, der allein von der Metaldämpfung herrührt. Bei den meisten Versuchen betrug ε^1 nicht mehr als $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{20}$ des ganzen Werthes von ε . Die Aenderung der Zimmertemperatur von $0-27^\circ$ änderte ε^1 erst in der vierten Decimale, und ebenso die Aenderung des Barometerstandes sehr wenig, weshalb ich im allgemeinen bei Berechnung der Luftreibung die Werthe von D und η für eine mittlere Temperatur von

1) Programm des städtischen Gymnasiums in Danzig 1866.

15° und 760 Mm. Barometerstand zu Grunde gelegt habe. Nur bei den Beobachtungen über die Abhängigkeit des Decrements von der Temperatur habe ich Rücksicht darauf genommen. Sämmtliche in der Arbeit angegebenen Werthe der Decremente sind von der Luftreibung befreit, falls ich nicht ausdrücklich das Gegentheil bemerke.

Den Luftwiderstand ganz und gar zu vernachlässigen, ist durchaus unstatthaft. Herr Streintz behauptet zwar in seiner Arbeit (l. c.), dass die innere Reibung der Luft gegenüber der des Drahtes eine zu vernachlässigende Grösse sei und sucht dies wiederholt darzuthun. Durch seine eigenen Zahlen jedoch, sowie durch meine Beobachtungen bin ich gerade zu der entgegengesetzten Ansicht gekommen. Ich will mir erlauben, aus seiner Arbeit folgende Thatsachen zu erwähnen: Er findet bei den Untersuchungen über die Abhängigkeit des Decrements von der Temperatur für einen harten Messingdraht das Decrement $\varepsilon = 0.00194$ für eine Temperatur von 14°. Die besagte Abhängigkeit findet er durch eine Formel: $\varepsilon = \alpha + \beta \cdot e^{\gamma t}$ gegeben, wo α , β , γ Constante sind, t die Temperatur bedeutet. In dieser nimmt er die Constante α als den Theil des log. Decr. an, welcher von der Luftreibung herrührt. Er findet für jenen Draht $\alpha = 0.00048$. In diesem Fall beträgt also die Luftreibung den vierten Theil des ganzen Decrements und würde dieses schon in der zweiten Decimalstelle um 5 Einheiten herabdrücken. — Zu direct falschen Resultaten kann man bei den Untersuchungen über die Abhängigkeit des Decrements von der Länge des Drahtes durch Vernachlässigung der Luftreibung geführt werden. Da letztere nämlich mit der Länge zugleich abnimmt, so kann sie, falls die innere Reibung des Drahtes der Länge umgekehrt proportional ist, dieses Gesetz leicht in den Schatten stellen, indem sich beide Widerstände compensiren und als Summe ein Decrement ergeben, welches mit der Länge zugleich zunimmt oder doch wenigstens für verschiedene Längen als constant erscheint. In der That sind die Streintz'schen Zahlen, wie

man sich unschwer überzeugen kann, von diesem Bedenken durchaus nicht frei.

§. 4. Einfluss der „Nachwirkungsdeformationen“ auf das logarithmische Decrement.

Durchschnittlich beobachtete ich 10—20 Ausschläge in verschiedenen Intervallen, je nachdem die Schwingungen eine grössere oder geringere Abnahme erfuhren.

Die abgelesenen Scalentheile wurden in Bogen verwandelt. Aus den aufeinanderfolgenden Schwingungsbogen $\varphi_0, \varphi_1 \dots$ wurde das logarithmische Decrement

nach der Formel: $\varepsilon = \frac{2}{n(n+1)} \cdot \sum_{p=1}^n \log \frac{\varphi_0}{\varphi_p}$ berechnet, weil

dadurch der Einfluss der Beobachtungsfehler vermindert wird. Von diesem ε zog ich den jedesmal berechneten Werth des Decrements der Luftreibung ab und erhielt so den wahren Werth des Decrements für die innere Reibung des Drahtes.

Die sämmtlichen Werthe für die Decremente sind auf vorige Weise auf 4 Decimalstellen berechnet und bei Angabe in dieser Arbeit auf 3 Stellen abgekürzt worden.

Um den Einfluss der Nachwirkungsdeformationen auf das logarithmische Decrement zu prüfen, muss man berücksichtigen, dass jede Deformation, wie klein sie auch immer sein mag, eine Nachwirkungsdeformation zurücklässt, welche erst im Laufe der Zeit verschwindet.

Daraus folgt sofort, dass die Theilchen eines Körpers, sobald man ihnen eine neue Ruhelage vorschreibt, erst einer gewissen Zeit bedürfen (welche unter Umständen sehr gross ist), um aus der alten Ruhelage in die neue überzugehen.

Spanne ich also beispielsweise einen Draht, welcher auf eine Rolle aufgewickelt war, durch ein Gewicht, so werden die Molecüle des Drahtes gezwungen, sich eine neue Ruhelage zu bilden. Wenn sich auch die äussere Form des Drahtes der neuen Gleichgewichtslage angepasst

hat, so gehen im Innern immer noch moleculare Bewegungen vor sich. Versetze ich nun den Draht, noch ehe diese letzteren gänzlich verschwunden sind, in Schwingungen, ertheile ich also den Moleculen regelmässige Bewegungen nach einer bestimmten Richtung hin, so werden die noch vorhandenen unregelmässigen Bewegungen störend auf sie einwirken, wodurch der innere Widerstand, den der Draht der Bewegung darbietet, also auch das log. Decrement vergrössert wird. Diese Vergrösserung des Decrements wird dann in dem Maasse abnehmen, als sich die unregelmässigen Bewegungen vermindern, sie wird endlich gleich Null werden, wenn sämtliche Moleküle des Drahtes ihre neue Ruhelage vollkommen erreicht haben, d. h. das log. Decr. wird in diesem Falle den von der innern Reibung des Drahtes allein herrührenden constanten Werth annehmen. Selbstverständlich wird sich dieser Vorgang so oft wiederholen, als ich den Theilchen eine neue Ruhelage vorschreibe.¹⁾

Nachwirkungs-Deformationen, hervorgerufen durch Aenderung der Ruhelage, vergrössern also das logarithmische Decrement.

Bestimmt man daher aus einem Satz von Beobachtungen, bald nachdem man den Draht in den Apparat eingespannt hat, das log. Decr. und nimmt diese Bestimmung nach einiger Zeit wieder vor, so findet sich das Decrement in dem letzteren Falle bedeutend verkleinert. Setzt man dieses Verfahren mehrere Tage fort, so nimmt das Decrement immer mehr ab, bis es sich endlich einem constanten Werth nähert.

So ergaben sich an einem vorher auf eine Rolle gewickelten Stahldraht (engl. Clavierseite), für welchen $L = 152.6$ Ctm.; $d = 0.90$ Mm., $E = 1665.7$ Scal.-Theile;

1) Eine Veränderung der Ruhelage seiner Theilchen erfährt der Draht immer, wenn man ihn zum Zweck von Beobachtungen durch ein Gewicht spannt, mag er nun vorher in krummer Lage gewesen oder durch ein anderes Gewicht gespannt gewesen sein.

$T = 3.53''$; $\epsilon^1 = 0.00001124$ war, für die Decremente folgende Werthe:

0.0007040; 0.0006401; 0.0006109; 0.0005864; 0.0005768;
0.0005676; 0.0005472.

Die erste Beobachtung wurde einige Minuten nach Aufhängen des Drahtes gemacht; die übrigen, in der Reihenfolge, wie sie hier angegeben sind, wurden innerhalb 3 Tagen, die letzte aber am vierten Tage ausgeführt. Spätere Beobachtungen zeigten ziemlich genau den letzten Werth. Die Theilchen des Drahtes hatten also erst nach drei Tagen ihre endliche Ruhelage angenommen.

Diese Erscheinung ist keine andere als die, welche Herr Streintz sehr oft beobachtet und „Accommodation“ genannt hat. Er bezeichnet mit diesem Namen „diejenige Eigenschaft der Drähte, zufolge welcher sich der Widerstand derselben gegen Verdrehungen innerhalb der Elasticitätsgrenze vermindert, je öfter solche Verdrehungen stattfinden“; dabei nähert sich das Decrement einer gewissen Grenze. Indess hat dieser Name, welchen Hr. Streintz hiermit für eine specielle Wirkung der „Nachwirkungs-Deformationen“ einführt, keinen Vorzug, da die Annahme, dass die Abnahme des Decrements allein in dem längeren Schwingen liegt, nicht richtig ist. Die Nachwirkungs-Deformationen (N.-D.) verschwinden ebenfalls, auch wenn der Draht in Ruhe verharret, d. h. keine Schwingungen macht. Zum Beweise dafür mögen folgende Beobachtungen dienen.

Es war für einen Magnesium-Draht ($L = 31.5$ Ctm., $d = 0.30$ Mm.), für welchen ich die anderen Constanten weiter unten angeben werde, das Decrement $\epsilon = 0.01031$. Darauf liess ich den Draht 10 Tage lang hängen, ohne ihn Schwingungen machen zu lassen und fand: $\epsilon = 0.006638$; also fast die Hälfte des ersten Werthes. Ebenso war für einen Kupferdraht ($L = 167.9$ Ctm., $d = 0.33$ Mm.), für welchen $\epsilon^1 = 0.000161$ und $T = 8.55''$ war, $\epsilon = 0.000805$, nach ungefähr $\frac{1}{4}$ Jahr, während welcher Zeit er unter derselben Spannung keine Schwingungen ausgeführt hatte, $\epsilon = 0.000643$; nach einigen Tagen: $\epsilon = 0.000653$ (die Er-

höhung des letzteren Werthes gegenüber dem zweiten rührt von einer etwas höheren Temperatur her). Bei noch späteren Beobachtungen mit diesem Draht erhielt ich, trotzdem er in der Zwischenzeit öfters Schwingungen ausgeführt hatte, keine kleineren Werthe mehr. Schwingungsbewegungen, wie überhaupt alle Erschütterungen, vermögen nur das Verschwinden der N.-D. zu beschleunigen (s. w. u.).

Für die sogenannte „Accommodation“ findet Streintz, dass sie theilweise wieder verloren geht, d. h. dass sich das log. Decrement von neuem vergrößert, wenn der Draht längere Zeit geruht hat; besonders aber, wenn er einmal in krummer Lage gewesen ist. Der letztere Fall findet seine Erklärung, ebenso wie der erstere, darin, dass durch beide Aenderungen des Zustandes von neuem N.-D. hervorgerufen werden. Um auch diesen Fall einer Beobachtung zu unterwerfen, bestimmte ich für den schon erwähnten Magnesium-Draht ($L=81.5$ Ctm.), welcher schon 14 Tage lang zu Beobachtungen gedient und ein constantes Decrement gezeigt hatte, das log. Decr.: $\epsilon = 0.001756$. Hierauf arretirte ich die Kugel durch die bekannte Vorrichtung, so dass der Draht eine etwas gekrümmte Lage einnahm und liess ihn einen Tag lang in dieser ruhenden Lage hängen. Die Bestimmung des Decrements ergab $\epsilon = 0.002316$. Darauf löste ich die Arretirung und liess die Kugel wieder frei hängen; das Decrement war am zweiten Tage wieder auf $\epsilon = 0.001812$ zurückgegangen. Die durch die krumme und ruhende Lage des Drahtes hervorgerufenen N.-D. hatten also erst das log. Decr. vergrößert und waren nach zwei Tagen wieder verschwunden.

Wird dagegen der Draht z. B. durch die obere Klemmung gekürzt, ohne dabei arretirt und gekrümmt zu werden, so bleibt sein Decrement nachher von Anfang an unverändert.

Endlich will ich zum Beweise dafür, dass die Abnahme des Decrements, die Streintz'sche Accommodation, nur eine secundäre Erscheinung, eine Folge von N.-D. ist, noch eine Thatsache anführen:

So spannte ich einen weichen Messingdraht mehrere

Tage
in der
spann
Spann
Nach
ich da
es au
gegan
stant
es fas
12.5
einen
werde
N.-D.
einig
kame
welch
des
neue

N.-D.
ders
sicht
Antl
Will
unte
befr
dur
cren
nun

stan
in e
Ges
Ges
inn

Tage lang durch 4500 Grm.; er wurde beim Einspannen in den Apparat vorübergehend entlastet. Die nachher als spannendes Gewicht dienende Kugel wog 4472 Grm. Die Spannungsdifferenz vor- und nachher war also sehr gering. Nach Einspannung des Drahtes in den Apparat bestimmte ich das log. Decr. $\varepsilon = 0.0002205$. Nach 24 Stunden war es auf 0.0001889, nach 48 Stunden auf 0.0001725 herabgegangen; es war innerhalb dieses Zeitraumes schon constant geworden, denn nach abermals 24 Stunden zeigte es fast wieder denselben Werth 0.0001731.

Einen ebensolchen Messingdraht spannte ich durch 12.5 Kilogrm. Das Decrement erlangte erst nach 8 Tagen einen constanten Werth, wie die folgenden Tabellen zeigen werden. — Bei dem ersten Draht wirkten also nur die N.-D., welche durch die Abspannung des Drahtes auf einige Augenblicke hervorgerufen waren. Bei dem zweiten kamen die durch die Spannungsdifferenz bewirkten hinzu, welche weit grösser ausfallen mussten, da die Molecüle des Drahtes durch die veränderte Spannung eine ganz neue Ruhelage erhalten.

Welchen Erklärungsgrund für die Erscheinung der N.-D. man nun auch annehmen mag, so ist, ganz besonders aus ihrem allmählichen Verschwinden, jedenfalls ersichtlich, dass sie nur secundärer Natur sind und keinen Antheil an der wahren innern Reibung haben können. Will man also das Wesen, die Gesetze der letzteren allein untersuchen, so muss man sich von dem Einfluss der N.-D. befreien, was bei den Beobachtungen am einfachsten dadurch erreicht wird, dass man erst die Constanz der Decremente abwartet und diese Werthe der weiteren Rechnung und Vergleichung zu Grunde legt.

Herr Streintz hat bei seinen Versuchen keine constanten Decremente erreicht, sie sind von den N.-D. noch in einem so hohen Grade beeinflusst, dass durch sie das Gesetzmässige ganz und gar verdeckt werden muss. Seine Gesetze betreffen also nur die durch N.-D. beeinflusste innere Reibung.

Besteht in der That, wie oben angedeutet, die Identität der bei der elastischen Nachwirkung beobachteten Erscheinungen mit der durch die N.-D. bewirkten Abnahme des Decrementes frischer Drähte bis zu einem constanten Werth, so müssen die hier auftretenden N.-D. dieselben Gesetze befolgen, welche man für die bei der elastischen Nachwirkung beobachteten gefunden hat. Es kam mir zunächst darauf an, das Gesetz über die Abhängigkeit der N.-D. von der Zeit zu prüfen.

Weber¹⁾ hat zuerst dieses Gesetz für die Dehnungs-Elasticität aufgestellt; später haben Kohlrausch²⁾ und Neesen³⁾ für Torsions-Elasticität etwas andere Gesetze gefunden.

Da bei diesen Beobachtungen die N.-D. grösstentheils von der Spannungsverschiedenheit herrühren, also die Dehnungs-Elasticität des Drahtes in Betracht kommt, so zog ich es vor, die Weber'sche Formel in Anwendung zu bringen. Er findet, dass, — nach einem Gesetz von Gauss, welches aussagt, „dass der Rest der Verlängerung oder Verkürzung, der von irgend einem Augenblick an noch zu erwarten ist, der bis zu diesem Augenblick verflossenen, von einem bestimmten Moment an zu rechnenden Zeit umgekehrt proportional ist,“ — die temporäre Länge $L = L_0 + \frac{a}{b + T}$ ist, wo a und b Constante, L_0 die endliche, d. h. die nach sehr langer Zeit schliesslich erreichte Länge, T die verflossene Zeit ist. Den Werthen für die Längen entsprechen bei meinen Beobachtungen die Werthe für die Decrementes, so dass sich das log. Decr. als Function der Zeit durch die analoge Formel: $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{a}{b + T}$ darstellen lassen muss. Diese Formel versuchte ich auf eine Reihe von Decr. anzuwenden, welche ich an einem Messingdraht (ausgeglüht) beobachtet hatte.

1) Pogg. Ann. XXXIV. p. 247 u. LIV. p. 1.

2) Pogg. Ann. CXXVIII. p. 1 u. CXXIX. CLVIII.

3) Berl. Monatsber. 1874; Pogg. Ann. CLIII.

Der Draht hatte folgende Dimensionen: $L = 153.5$ Ctm., $d = 0.89$ Mm.; ferner war $E = 1645.76$ Scal.-Theile, $T = 5.72''$; $\epsilon^1 = 0.0000151$. Nach 9 Tagen zeigte das Decrement 4 Tage hinter einander folgende Werthe: 0.0001214, 0.0001217, 0.0001201, 0.0001213. Ich durfte es daher als constant ansehen und nahm für ϵ_0 das Mittel aus diesen 4 Werthen: $\epsilon_0 = 0.0001211$. Mit diesem Werth bestimmte ich aus den ersten drei beobachteten Werthen in folgender Tabelle die Constanten a und b und berechnete mit Hülfe derselben den 4. Werth, sowie die drei ersten. So ergaben sich folgende Decremente:

Tabelle I.

Nr.	Zeit	Decrement	
		beobachtet	berechnet
1	2775'	0.000146	0.000146
2	4231'	0.000143	0.000143
3	5764'	0.000141	0.000140
4	7221'	0.000136	0.000138

$$a = 0.25089; \quad b = 7217.8, \quad \epsilon_0 = 0.0001211.$$

Als die einem Decrement zugehörige Zeit wurde immer die Anfangszeit der Beobachtungs-Reihe angenommen. Da ich, wie früher, jedes Decrement aus 10 Beobachtungen, welche in Intervallen von 3 Min. ausgeführt wurden, bestimmte, so nahm jeder Satz von Beobachtungen 27 Min. in Anspruch. Für sämtliche Beobachtungen begann ich mit derselben Anfangsamplitude von 17° , für welche die aufeinanderfolgenden Amplituden noch eine geometrische Reihe bildeten. Diese Vorsicht musste angewendet werden, da eine Abhängigkeit zwischen log. Decr. und Amplitude besteht, wie ich später zeigen werde.

Für einen andern Messingdraht von demselben Stück, der über 8 Tage lang durch $12\frac{1}{2}$ Kilogrm. gespannt gewesen, war: $L = 152.5$ Ctm., $d = 0.89$ Mm.; $E = 1662.4$ Scal.-Theile, $T = 5.50''$; $\epsilon^1 = 0.0000147$. Ich konnte bei diesem Draht, da das Wandern der Ruhelage nach einer Seite

hin sehr gering war, bald in den ersten Minuten eine Beobachtungs-Reihe machen. Ausserdem wurde der Draht in seinen Schwingungen nie unterbrochen und immer dieselben Amplituden angewandt. Da es aber sehr lange währte, ehe der Draht nach jeder Beobachtungsreihe wieder vollständig zur Ruhe kam, und ich bei grossen Amplituden auf diese Weise nur wenige Bestimmungen des Decrements hätte ausführen können, wandte ich eine etwas kleinere Anfangsamplitude an, nämlich nur 13° . Das Decrement war auch bei diesem Draht nach etwa acht Tagen constant; ich erhielt aus 2 Werthen: nach 9821 Min.: $\epsilon = 0.0001171$ und nach 11090 Min.: $\epsilon = 0.0001181$; als Mittelwerth $\epsilon_0 = 0.0001176$. Mit diesem Werth und den beobachteten Werthen Tab. II, 1. 2. 3. 5. des Decrements berechnete ich aus der obigen Formel die Constanten a und b nach kleinsten Quadraten. Mit Hilfe der Constanten a und b berechnete ich dann die in der folgenden Tabelle angegebenen Decremente. So war:

Tabelle II.

Nr.	Zeit	Decrement	
		beobachtet	berechnet
1	21'	0.000266	0.000261
2	1120'	0.000164	0.000171
3	1475'	0.000159	0.000162
4	2507'	0.000144	0.000147
5	3800'	0.000142	0.000139
6	5704'	0.000132	0.000132
7	8055'	0.000123	0.000128

$$a = 0.09279; \quad b = 624.4.$$

Die N.-D. entsprechen also in der That ziemlich gut dem obigen Gesetz. Zugleich zeigt Tabelle II, dass N.-D. im Stande sind, das Decrement der wahren inneren Reibung um mehr als das Doppelte zu vergrössern und endlich, dass sie erst nach einer verhältnissmässig langen Zeit gänzlich verschwinden.

Gerade durch die letzten beiden Thatsachen rechte fertigen sich die Behauptungen, welche ich oben in Bezug auf die Beobachtungen von Herr Streintz gemacht habe.

Zugleich lässt sich aus dem Verhalten des harten Stahl- und weichen Messingdrahtes das Resultat ziehen, dass die N.-D. um so grösser ausfallen werden und um so langsamer verschwinden müssen, je geringer die Elasticität des Drahtes ist.

Einerseits setzt ja die grössere Elasticität den Deformationen einen grösseren Widerstand entgegen, andererseits vermag sie natürlich die zurückbleibenden N.-D. schneller aufzuheben. — Weit eclatanter wird sich dies noch bei der Abhängigkeit des Decr. von der Amplitude für einen Magnesiumdraht bestätigen, welcher bekanntlich eine geringe Elasticität, aber eine sehr bedeutende innere Reibung besitzt.

Man darf jedoch von einer grossen Elasticität unmittelbar noch nicht auf eine geringe innere Reibung schliessen; der Stahldraht zeigt z. B. trotz grosser Elasticität doch auch eine grosse innere Reibung im Verhältniss zum Messingdraht. Auch darf man nicht den Schluss ziehen, dass N.-D. um so grösser sein werden, je grösser die innere Reibung ist; es kommt dies vielmehr auf das Verhältniss der Elasticität zur inneren Reibung an. Man ist somit nur berechtigt zu sagen, dass N.-D. um so grösser sein werden, je mehr die innere Reibung die Elasticität überwiegt.

Es erscheint daher sehr wahrscheinlich, annehmen zu müssen, dass N.-D. nur dadurch entstehen, dass die innere Reibung die Molecüle eines Drahtes verhindert, nach einer Deformation in ihre ursprüngliche Ruhelage zurückzukehren und dass die Elasticität des Drahtes nicht im Stande ist, diesen Widerstand, den die innere Reibung der Rückkehr der Theilchen entgegensetzt, sofort zu überwinden.

Fasse ich schliesslich die Resultate dieses Abschnitts zusammen, so würden dieselben etwa lauten:

1) N.-D., hervorgerufen durch irgend welche Veränderung der jeweiligen Ruhelage des Drahtes, vergrössern das logarithmische Decrement.

2) Dasselbe nähert sich einem constanten Werth und lässt sich als Function der Zeit darstellen durch die Formel:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{a}{b + T}.$$

3) Die Nachwirkungs-Deformationen sind identisch mit jenen, welche man in dem speciellen Fall der „elastischen Nachwirkung“ beobachtet hat; ebenso fällt die von Streintz beobachtete sogenannte „Accommodation“ mit ihnen zusammen.

V. Ueber die Photoelectricität des Flusspathes; von W. Hankel.

(Aus den Ber. d. k. sächs. Ges. d. Wissensch. mitgetheilt
vom Herrn Verf.)

Während früher eine Verschiedenheit in der Ausbildung der beiden Enden einer Axe, wie solche bei den sogenannten hemimorphen Krystallen auftritt, als unbedingt erforderlich zur Entstehung thermoelectrischer Erscheinungen betrachtet wurde, habe ich in einer Reihe von Abhandlungen ¹⁾ nachgewiesen, dass zur Hervorrufung derselben bereits die blose Verschiedenheit der Axen und der davon abhängigen Cohäsionsverhältnisse in den nicht zum Würfelsysteme gehörigen Krystallen ausreichend ist.

1) Abh. der k. sächs. Ges. d. Wiss. XIV. p. 359, XV. p. 273 u. p. 345, XVIII. p. 203 u. p. 479 Diese Abhandlungen enthalten die thermoelectrische Untersuchung der Krystalle folgender Mineralien: Topas, Schwerspath, Aragonit, Kalkspath, Beryll, Idocras, Apophyllit, Gyps, Diopsid, Orthoklas, Albit und Periklin.

Im Würfelsysteme sind nun allerdings die drei auf einander senkrechten Hauptaxen gleichwerthig; indess zeigen sich in den Cohäsionsverhältnissen nach den mit einer solchen Axe verschiedene Winkel bildenden Richtungen Unterschiede, und es konnte daher wohl gefragt werden, ob nicht auch schon eine solche Differenz für das Auftreten thermoelectrischer Erscheinungen genüge.

Behufs Beantwortung dieser Frage habe ich früher schon wiederholt Krystalle des Flusspathes von Strassberg und von Annaberg einer Prüfung unterworfen, jedoch ohne ein entscheidendes Resultat zu erzielen. Da ich seit jener Zeit die Empfindlichkeit meines Electrometers wesentlich erhöht hatte,¹⁾ so nahm ich die Versuche jetzt von neuem auf, benutzte aber diesmal ziemlich dunkelviolettt gefärbte Krystalle von Weardale. Nachdem dieselben mehrere Stunden einer Temperatur von 95° C. ausgesetzt gewesen, wurde während des Erkaltens das electrische Verhalten ihrer Oberfläche geprüft, und es erschien in der That eine schwache positive Spannung, welche bei den ersten Versuchen im Verlaufe der Abkühlung bis zu einer Ablenkung des Goldblättchens im Electrometer von 2 Scalentheilen des Mikrometers (im Oculare des zur Beobachtung dienenden Mikroskopes) anwuchs, und dann nach längerer Zeit wieder abnahm.²⁾

Da nun gerade diese Flusspäthe eine starke Fluorescenz zeigen und nach Bestrahlung mittelst Sonnenlichtes eine Zeit lang im Dunkeln phosphoresciren,³⁾ also gegen die Einwirkung des Lichtes so zu sagen empfänglich sind, und da ich ferner vor anderthalb Jahren die Entstehung electrischer Ströme durch die Einwirkung des Lichtes auf

1) Ueber diese Empfindlichkeit s. weiter unten.

2) Ich habe bis jetzt keine Zeit gehabt, diese infolge der Temperaturänderung aufgetretene Spannung ihrer Entstehung und Bedeutung nach weiter zu untersuchen, da die nachstehenden Versuche mich vollständig in Anspruch nahmen.

3) Placidus Heinrich, die Phosphorescenz der Körper I. p. 22. Th. v. Grothhuss, Schweig. J. f. Chem. u. Phys. XIV. p. 133.

in Wasser und Salzlösungen befindliche Metallplatten beobachtet hatte,¹⁾ so hielt ich es für sehr wahrscheinlich, dass auf jenen Flusspätzen auch unter dem Einflusse des Lichtes electriche Erregungen entstehen könnten. Meine Voraussicht ward durch den Versuch auf das glänzendste bestätigt. Diese Flusspätze wurden nicht nur durch Bestrahlen mittelst des directen Sonnenlichtes, sondern sogar schon durch das Aussetzen an das zerstreute Tageslicht electricch, und es war namentlich die electriche Spannung nach Bestrahlung mittelst directen Sonnenlichtes ziemlich beträchtlich. Zufälligerweise waren die zuerst auf dem Flusspathe infolge der Bestrahlung durch Licht entstandenen Spannungen gerade entgegengesetzt den zuvor durch Erwärmen erzeugten, und auch beträchtlich stärker als die letzteren; auch waren sie entgegengesetzt der durch Säubern und Reinigen der Krystallflächen mittelst eines Pinsels hervorgerufenen, so dass gleich diese ersten Beobachtungen die Entstehung einer electricchen Spannung infolge der Einwirkung des Lichtes vollkommen zweifellos nachwiesen.

Verfahren bei den Beobachtungen.

Ehe ich zu näheren Angaben über die photoelectricchen Erscheinungen am Flusspathe übergehe, wird es zweckmässig sein, einige Bemerkungen über das zur Beobachtung dieser Vorgänge angewandte Verfahren und namentlich über die Empfindlichkeit des dabei benutzten Electrometers vor auszuschicken.

Zur Beobachtung und Messung der photoelectricchen Spannungen auf den Flusspathkrystallen diente das von mir construirte Electrometer,²⁾ welches ich auch während der letzten Jahre zur Untersuchung der Thermoelectricität der Krystalle benutzt habe. Es besteht dasselbe aus

1) Ber. d. math.-phys. Classe d. k. sächs. Ges. d. Wiss. 1875. p. 299.

2) Näheres darüber Ber. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. 1850. p. 71; Pogg. Ann. LXXXIV. p. 28; Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. V. p. 392, IX. p. 6.

einem Goldblättchen, das an dem unteren Ende eines durch Schellack isolirten Messingstäbchens aufgehängt ist. Zu beiden Seiten befinden sich zwei durch Mikrometerschrauben bewegliche, gleichfalls durch Schellack isolirte Messingscheiben, welche mittelst eines Commutators mit den beiden Polen einer Volta'schen Säule in Verbindung stehen. Die Volta'sche Säule ist aus kleinen zusammengelötheten Zinkkupferelementen gebildet, welche in mit Wasser gefüllte und behufs vollkommener Isolirung auf einem grossen Harzkuchen stehende Gläschen eingetaucht sind. Während jedes Ende dieser Säule durch den Commutator, dessen mit Quecksilber gefüllte Näpfchen von Schellackstangen getragen werden, mit je einer Messingscheibe verbunden bleibt, ist die Mitte der Säule durch eine metallische Verbindung mit den Gasröhren des Hauses zur Erde abgeleitet.

Die Empfindlichkeit dieses Instrumentes lässt sich durch die Anzahl der in der angewandten Säule befindlichen Elemente, sowie auch durch die Annäherung oder Entfernung der beiden Messingscheiben gegen das mitten zwischen ihnen hängende Goldblättchen nach Belieben reguliren.

Der Ausschlag des Goldblättchens wird mittelst eines Mikroskops von 40facher Vergrösserung beobachtet, und auf einem im Oculare desselben befindlichen Glasmikrometer gemessen.

Bei mässiger Empfindlichkeit des Electrometers, wenn z. B. die dem Goldblättchen mitgetheilte Spannung eines Elementes Zink-Kupfer-Wasser eine Bewegung des Goldblättchens von 5 Scalentheilen hervorbringt, lässt sich die Spannung an den beiden Polen der in ihrer Mitte abgeleiteten Säule durch Zuhülfenahme einiger Zinn-Kupferelemente (anstatt der viel stärkeren Zinkkupferelemente) so weit gleich machen, dass während der Ableitung des Goldblättchens zur Erde beim Umlegen des Commutators, wodurch die Polarität in den Messingscheiben umgekehrt wird, das Goldblättchen fast unverändert an seinem Orte

bleibt. Bei diesem Zustande des Instrumentes misst man dann zweckmässig die dem isolirten Goldblättchen mitgetheilten electricischen Spannungen durch Umlegen des Commutators, wodurch der Ausschlag sich verdoppelt, und die Messung von der Ruhelage des Goldblättchens unabhängig wird.

Steigt jedoch die Empfindlichkeit des Electrometers höher, so ist es ohne zu grosse Weitläufigkeiten nicht mehr möglich, die Einwirkung der beiden Hälften der Volta'schen Säule auf das Goldblättchen absolut gleich zu machen, oder vielmehr in diesem Zustande zu erhalten. Man lässt dann den Commutator in einer bestimmten Lage, und beobachtet einfach die bei eintretender Electricisirung des Goldblättchens entstehenden Ausschläge. In dieser Weise ist das Instrument bei den nachfolgenden Versuchen benutzt worden. Die Empfindlichkeit desselben wurde dabei gewöhnlich so regulirt, dass die dem Goldblättchen mitgetheilte Spannung eines Elementes Zinn-Kupfer-Wasser, welches schon sehr lange Zeit in Wasser gestanden hatte, einen Ausschlag von nahe 25 Scalentheilen, und die Spannung eines Elementes Zink-Kupfer-Wasser einen Ausschlag von ungefähr 80 Scalentheilen erzeugte.

Trotz dieser grossen Empfindlichkeit wuchsen aber, da bei der beträchtlichen Zahl der in der Säule benutzten Elemente die Messingscheiben ziemlich weit von dem Goldblättchen abstehen konnten, die Ausschläge bis zu 30 Scalentheilen noch ziemlich nahe proportional den auf dem Goldblättchen befindlichen electricischen Spannungen.

Bei den folgenden Versuchen liess sich nun aber, ebenso wie bei den meisten Beobachtungen über das thermoelectricische Verhalten der Krystalle, die zu bestimmende electricische Spannung nicht direct dem Goldblättchen zuführen; es konnte dieselbe vielmehr nur durch die Vertheilungswirkung gemessen werden, welche die Oberfläche des photoelectricischen Krystalles auf einen genäherten Leiter ausübte. Hierzu diente dieselbe Vorrichtung, welche

bei der Untersuchung der thermoelectrischen Vorgänge von mir benutzt wird:¹⁾ ein verticaler durch einen äusserst dünnen Platindraht mit dem Goldblättchen des Electrometers leitend verbundener und durch Anschmelzen an einen Glasstab isolirter dickerer Platindraht wurde, nachdem er durch Ableitung zur Erde unelectrisch gemacht war, nach Aufhebung dieser Ableitung mittelst eines Hebelerkes mit seiner unteren Spitze den verschiedenen Punkten der auf ihr electrisches Verhalten zu untersuchenden Fläche möglichst genähert (jedoch ohne dass Berührung eintrat) und der dabei entstehende Ausschlag des Goldblattes beobachtet.

Die Grösse des Ausschlages hängt bei demselben electrischen Zustande der untersuchten Fläche und bei stets gleicher Annäherung noch wesentlich von der Länge des Leitungsdrahtes (dünnen Platindrahtes), und der auf dem Wege der Leitung bis zum Goldblättchen infolge der Nachbarschaft von Metalltheilen mehr oder minder grossen Bindung der Electricität, sowie auch von der Entfernung ab, bis zu welcher die untere Spitze des dickeren Platindrahtes von der Krystallfläche entfernt wird, um abgeleitet zu werden.

Um daher eine angenäherte Vorstellung von der Grösse der auf den untersuchten Flächen vorhandenen electrischen Spannungen (dieselben als nur an der Oberfläche haftend angenommen) zu gewinnen, mögen folgende Angaben dienen.

Eine ebene, kreisförmige, horizontal liegende Kupferplatte von 95 Mm. Durchmesser wurde isolirt und mit dem einen Pole einer aus Zink, Kupfer und Wasser gebildeten Säule, deren anderer Pol zur Erde abgeleitet war, verbunden. Wurde der Mitte dieser Platte die Spitze des dickeren Platindrahtes, welche ursprünglich bei ihrer Ableitung zur Erde 25 Mm. davon abstand, möglichst ge-

1) Eine ausführliche Beschreibung sowie Abbildung derselben findet sich in den Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. XIV. p. 380 und Taf. IV Fig. 65.

nähert, so entstand ein Ausschlag im Electrometer, welcher für ein mit der Platte verbundenes Element Zink-Kupfer-Wasser ungefähr 1.2 Scalentheile betrug. Wurde die Spitze des Drahtes nicht der Mitte, sondern dem Rande der Platte genähert, so sank jener Ausschlag ungefähr auf die Hälfte herab. Ist nun auch die Vertheilung der Electricität eine andere als auf den später untersuchten Krystallflächen, und sind auch die Oberflächen der Platte und des Krystalles an Grösse verschieden, so kann obige Angabe doch immerhin dienen, um eine angenäherte Vorstellung von der Intensität der electricischen Erregung auf den untersuchten Krystallflächen zu gewinnen.

Das Electrometer stand auf einer breiten Steinplatte, welche anstatt des sonst üblichen Brettes in die Fenster-nische eingemauert war. Um electricische Erregungen durch das Tageslicht während der Beobachtungen zu verhindern, war ein dichtes graues Rouleau zwischen den beiden, zur Abhaltung jedes stärkeren Luftzuges dienenden doppelten Fenstern niedergelassen worden. Schien die Sonne auf das Rouleau, so wurde noch durch einen an das Fenster gestellten Papierschirm die Einwirkung des Lichtes auf die Krystallfläche verhindert.

Die Krystalle waren bei den nachfolgenden Untersuchungen gerade ebenso, wie bei der Prüfung auf ihr thermoelectrisches Verhalten in passende, mit Kupferfeilicht gefüllte kupferne¹⁾ Gefässe eingesetzt, so dass allein diejenige Fläche, welche die Lichteinwirkung empfangen sollte, unbedeckt blieb. Dieses Verfahren hatte noch den grossen Vortheil, dass bei dem Transporte der so eingehüllten Krystalle von einer Stelle des Zimmers zu einer anderen,

1) Die Gefässe dürfen nicht aus Messing bestehen, indem bei Annäherung der Platinspitze an das Messing bereits ein geringer positiver Ausschlag entsteht. Wurde auf den metallischen Träger, auf welchen die kupfernen Gefässe gestellt werden, eine Zinkplatte gelegt, und zur Erde abgeleitet, so entstand bei Annäherung der Platinspitze an diese Zinkplatte schon ein positiver Ausschlag von 1 Scalentheil.

jedes Entstehen von Reibungselectricität vollkommen ausgeschlossen war, weil die Krystalle in dem Kupferfeilicht sehr fest lagen und in keiner Weise mit der Hand berührt zu werden brauchten. Nachdem die Krystalle in der angegebenen Weise in Kupferfeilicht eingehüllt, sodann mittelst eines feinen Haarpinsels an ihrer Oberfläche vollkommen gereinigt und mittelst Anhauchens möglichst von der durch die letztere Operation erzeugten Electricität befreit waren, wurden sie längere Zeit, gewöhnlich 24 Stunden in einen dunklen Raum (kupfernes ringsum geschlossenes Gefäss) gestellt, darauf nach Verlauf dieser Zeit eine bestimmte Anzahl Minuten hindurch dem Einflusse des Tageslichtes oder auch des Sonnenlichtes ausgesetzt, und dann auf einen neben dem Electrometer befindlichen metallischen und zur Erde abgeleiteten Träger so gestellt, dass die untere Spitze des dickeren Platindrahtes den verschiedenen Punkten der freien Oberfläche der Krystalle mittelst des Hebelwerkes in bequemer Weise genähert werden konnte.

Sollte das Tages- oder Sonnenlicht vor seinem Auftreffen auf die Krystallfläche erst gewisse Modificationen erleiden, so wurden die kupfernen Gefässe mit den in ihnen enthaltenen Flusspäthen in einen schwarzen Kasten gestellt, dessen vordere, dem Lichte oder der Sonne ausgesetzte Seite unter 45° gegen den Horizont geneigt war und eine grosse Oeffnung enthielt, welche entweder durch farbige Gläser oder durch mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllte Glasgefässe bedeckt werden konnte.

Beobachtungen der Photoelectricität des Flusspathes.

Krystall Nr. I. Blauvioletter Flusspathkrystall von Weardale in Durham (England).

Wie schon oben bemerkt, gab die Untersuchung eines blauvioletten Flusspathes aus Weardale auf sein thermoelectrisches Verhalten die Veranlassung zu der Entdeckung der Photoelectricität desselben.

Der betreffende Krystall war nur mit einem Theile seiner Flächen ausgebildet; die am meisten ausgebildete Fläche ist die in Taf. III Fig. 1 mit 1 bezeichnete;¹⁾ aber auch in diese drangen rechts und links andere Krystalle in zwillingsartiger Verwachsung ein. Auf ihr waren, wie die Zeichnung einigermaassen nachweist, drei Flächen eines sehr stumpfen Pyramidenwürfels sichtbar.

Der beschriebene Flusspathkrystall wurde bis auf die Fläche 1 in Kupferfeilicht eingehüllt, und sodann in einem kupfernen Gefässe mit doppelten Wänden, deren Zwischenraum mit Wasser angefüllt war, mehrere Stunden einer Temperatur von 95° C. ausgesetzt. Beim Herausnehmen aus diesem Gefässe zeigte er nirgends electricische Spannungen auf seiner Oberfläche; innerhalb einiger Minuten entwickelte sich aber eine positive Spannung von $+0.4$ Scalentheilen des Ocularmikrometers, die in 25 Minuten bis auf 2 Scth. stieg, und im Verlaufe von $4\frac{1}{2}$ Stunden auf $+0.8$ Scth. zurücksank. Ich habe schon oben bemerkt, dass ich noch nicht Zeit gehabt habe, die Entstehung und Bedeutung dieser electricischen Erregung weiter zu verfolgen.

Darauf ward der Krystall einige Zeit dem Sonnenlichte ausgesetzt; in der Mitte der Würfelfläche an der mit *e* bezeichneten Stelle erschien eine negativ electricische Spannung von -23 Scth. Nachdem der Krystall dann einige Zeit im Dunkeln (in einem kupfernen Kasten) gestanden, war dieselbe bis auf -14 gesunken. Nun wurde der Krystall in dem kupfernen Gefässe (gegen jedes Licht geschützt) 3 Stunden lang einer Temperatur von 95° C. ausgesetzt, und zeigte sich beim Herausnehmen überall auf seiner freien Fläche unelectrisch.

Nachdem der Krystall dann wieder 24 Stunden in einem verschlossenen kupfernen Gefässe (also gegen jedes Licht geschützt) bei der Temperatur des Zimmers gestan-

1) Die Bezeichnung der Flächen eines Würfels durch die Zahlen 1 bis 6 erhellt aus dem Fig. 5 abgebildeten Netze.

den,¹⁾ wurde er in das Licht der etwas verschleierte Sonne gestellt. Es entwickelte sich, wie durch wiederholte Prüfungen nachgewiesen wurde, eine mit der Dauer der Bestrahlung immer stärker werdende Electricität, welche nach $1\frac{1}{4}$ Stunde auf den mit *a*, *b*, *c*, *d*, *e* bezeichneten Punkten der Krystallfläche die folgende Intensität zeigte: auf *a* —7.5, *b* —9.7, *c* —21.5, *d* —16, *e* (Mitte) —19.5, wie solche auch in die Zeichnung Fig. 1 Fläche 1 eingetragen ist. Wie hieraus ersichtlich, war die electricische Spannung an den verschiedenen Punkten nicht gleich gross; das Maximum lag in *c* auf der rechten vorderen, und das Minimum diagonal gegenüber in *a* auf der linken hinteren Ecke.

Wie bereits bemerkt, war der Krystall während der Zeit von $1\frac{1}{4}$ Stunde wiederholt auf seinen electricischen Zustand geprüft worden, und es zeigte sich, dass von Anfang an das Verhältniss der auf den verschiedenen Punkten der bestrahlten Fläche auftretenden Electricitäten stets nahe dasselbe war, wie zwischen den oben angeführten Zahlen. Auch als darauf eine kurze Bestrahlung mittelst durch eine Linse concentrirten Sonnenlichtes angewandt wurde, stiegen die Intensitäten der electricischen Spannungen in nahe gleichem Verhältnisse: es zeigte *a* —9, *b* —10, *c* —26, *d* —19.5, *e* —22.

Als der Krystall ins Dunkle (kupfernes Gefäss) gestellt wurde, und die Intensitäten wieder abnahmen, blieb das Verhältniss ebenfalls nahe dasselbe. Nachdem er 30 Minuten im Dunkeln gestanden, wurde gefunden: *a* —7.5, *b* —9, *c* —19, *d* —13.5, *e* —16. Nach weiterem Stehen im Dunkeln (während 1 Stunde 6 Minuten) zeigte *c* —8.5, *e* —7.

Nachdem noch einige andere Versuche an diesem Krystalle ausgeführt worden, wurde er wieder ins Dunkle gestellt und erschien am andern Tage völlig unelectrisch.

1) Ich theile aus den mit diesem Krystalle ausgeführten Versuchen nur so viel mit, wie für das Verständniss der photoelectrischen Erscheinungen überhaupt Interesse hat.

Während nun bisher stets Sonnenlicht zur Erregung der Photoelectricität angewandt worden, versuchte ich jetzt, ob nicht auch der Einfluss des bloßen zerstreuten Tageslichtes zur Hervorrufung electricischer Spannungen ausreichend sei. Der in das Kupferfeilicht eingehüllte Krystall ward mit seinem kupfernen Gefässe auf den Fensterstein innerhalb des Zimmers gestellt, jedoch gegen die übrigens mit einem ziemlich dichten Wolkenschleier bedeckte Sonne in Schatten. Da ich bei dem schwachen Lichte eine längere Zeit der Bestrahlung für nöthig erachtete, so prüfte ich den Krystall erst nach 2 Stunden, und fand dann $a = -0.3$, $b = -0.6$, $c = -2.2$, $d = -1.6$, $e = -1.7$.¹⁾

Nachdem am nächsten Tage die Versuche über die Einwirkung des zerstreuten Tageslichtes mit gleichem Erfolge wiederholt worden, wurde am darauf folgenden Tage der Krystall wieder dem Sonnenlichte ausgesetzt. Da die Erscheinungen den früher beobachteten entsprachen, so wünschte ich durch eine längere Bestrahlung mittelst des durch eine grosse Linse concentrirten Sonnenlichtes die electricischen Spannungen möglichst zu erhöhen; nachdem der Krystall und die kupferne Schale, in welche er eingesetzt war, 30 Minuten lang von demselben bestrahlt worden, fand sich die Schale so weit erhitzt, dass ich sie kaum mit den Händen halten konnte. Bei der unmittelbar darauf folgenden Prüfung ergab sich aber, dass die Fläche 1 dieses Krystalles fast keine Electricität mehr zeigte.

Da eben dieser Krystall früher wiederholt stundenlang einer viel höheren Temperatur (95° C.) als in dem vorstehend berichteten Versuche ausgesetzt gewesen, ohne seine Empfindlichkeit für das Licht zu verlieren, so kann der Verlust dieser Eigenschaft nur durch den Einfluss des

1) Wie wir später sehen werden, genügen bei empfindlichen Krystallen wenige Minuten, um durch das bloße zerstreute Tageslicht ziemlich starke electricische Spannungen zu erzeugen. Der obige Krystall Nr. I war aber durch das wiederholte Aussetzen ins Sonnenlicht und namentlich in das durch Linsen concentrirte Sonnenlicht bereits in seiner Empfindlichkeit sehr geschwächt.

Lichtes bewirkt worden sein; sehr wahrscheinlich ist durch die lange und intensive Lichteinwirkung der Farbstoff des Krystalles verändert worden.

Auch später nach dem Erkalten gewann der Krystall seine frühere Empfindlichkeit nicht wieder, selbst nicht nach mehrtägigem Stehen im Dunkeln¹⁾ oder Aufbewahren unter Wasser. Unter Einwirkung des Sonnenlichtes gab die Fläche 1 stets äusserst schwache electricische Intensitäten, gegen das zerstreute Tageslicht war sie gar nicht mehr empfindlich.

Dagegen zeigte sich die Fläche 5 dieses Krystalles (die in Fig. 1 mit 5 bezeichnete), welche bei der Bestrahlung der Fläche 1 durch concentrirtes Sonnenlicht infolge des vorliegenden Kupferfeilichts gegen die directen Sonnenstrahlen geschützt gewesen war, selbst gegen das zerstreute Tageslicht noch empfindlich. Nach 1stündigem Aussetzen an das Tageslicht entstanden folgende electricische Spannungen: in *a* -3.2 , *f* -1.7 , *d* -0.2 , *c* -2.2 , *e* -2.2 , wie solche in der Abbildung dieser Fläche in Fig. 1 eingetragen worden sind. Das Vorhandensein der Lichtempfindlichkeit auf dieser Fläche ist ein neuer Beweis, dass bei dem obigen Versuche mit der Fläche 1 diese Eigenschaft nicht durch die eingetretene Temperaturerhöhung zerstört worden ist, da die in das Kupferfeilicht eingehüllte Fläche 5 sicher keine niedrigere Temperatur erlangt hat, als die freiliegende Fläche 1.

Krystall Nr. II. Dunkelgrüner Flusspathkrystall von Weardale.

Die dunkelgrünen Flusspathkrystalle von Weardale scheinen gegen das Licht noch empfindlicher zu sein, als die blauvioletten.

Da die zuvor über den Krystall Nr. I berichteten Versuche gelehrt hatten, dass durch die Lichteinwirkung

1) Ob durch noch längeres Verweilen im Dunkeln oder durch andere Mittel sich die verlorene Eigenschaft wiederherstellen lässt, müssen weitere Versuche lehren.

selbst das Vermögen, durch eine solche electricisch zu werden, geschwächt wird, ja so gut wie ganz vernichtet werden kann, so wurden alle späteren Versuche nur mit dem zerstreuten Tageslichte angestellt, und die Krystalle nur kurze Zeit demselben ausgesetzt, sonst aber stets im Dunkeln aufbewahrt.

Gewöhnlich wurde so verfahren: die Krystalle wurden bis auf die zu untersuchende Fläche in Kupferfeilicht eingesetzt, durch Anhauchen möglichst von der durch das Abpinseln erzeugten Electricität befreit, und darauf 24 Stunden im Dunkeln aufbewahrt. Nach dem Herausnehmen wurden sie dann auf das Nichtvorhandensein electricischer Spannungen geprüft und waren sie frei davon befunden, dem Tageslichte eine bestimmte Anzahl Minuten ausgesetzt. Darauf wurden sie auf ihre photoelectricischen Spannungen geprüft, und nach dem Entfernen der Electricität durch Anhauchen wieder bis zum andern Tage ins Dunkle gestellt, an welchem dann die Beobachtungen auf derselben Fläche nochmals ausgeführt wurden. Innerhalb der beiden Tage war der Krystall nirgends berührt worden, so dass jede andere Quelle einer Electricitätserregung ausser durch das Licht vollkommen ausgeschlossen war. War die Helligkeit des Himmels nahe dieselbe, so erlangten die Krystalle bei der Wiederholung nahe dieselben electricischen Spannungen wieder wie am ersten Tage.

Die kleine Krystalldruse, welcher der Krystall Nr. II angehörte, bestand vorzugsweise aus zwei grösseren, zwilingsartig verwachsenen Krystallen mit glatten Oberflächen und einem dritten etwas kleineren mit gewissermaassen blätterigen Oberflächen. Auf den meisten glatten Würfelflächen liegen sehr niedrige Achtundvierzigflächner oder Ikositetraëder. Die Farbe der beiden grösseren Krystalle war etwas dunkler als die des dritten; im durchgehenden Lichte sahen sie smaragdgrün aus, während sie im auffallenden Lichte fast dunkel sapphirblau und undurchsichtig erschienen.

Von dem grösseren Krystalle, dessen photoelectricisches

Verhalten ich nachher genauer angeben werde, waren nur die Flächen 1, 4 und 6 zu einem grösseren, die Fläche 5 und 2 nur zu einem kleinen Theile frei; der übrige Theil der Fläche 2, so wie die Fläche 3 waren durch Bruchflächen ersetzt.

In Fig. 2 sind die Flächen 1, 4, 6 und 5 in halber Grösse abgebildet; ich habe in diese Zeichnung gleich die an den verschiedenen Stellen beobachteten electricen Spannungen eingetragen und bemerke nur, dass die gemessenen electricen Intensitäten wohl auf jeder Fläche unter sich vergleichbar sind, weil sie derselben Lichteinwirkung ihre Entstehung verdanken, dass dies aber nicht mehr gilt für die auf verschiedenen Flächen beobachteten Werthe, weil es bei dem veränderlichen Zustande des Himmels unmöglich war, auch nur angenähert eine gleichstarke Lichteinwirkung abzumessen.

Während nun auf den beiden Flächen des Krystalles Nr. I überall nur negative Electricität beobachtet wurde,¹⁾ erscheint auf den Flächen des Krystalles Nr. II ausserdem noch positive Electricität, und zwar gewinnt es den Anschein, als ob bei den grünen Krystallen die positive Spannung vorzugsweise an den Ecken auftritt, während die negative die Mitte der Flächen einnimmt.

Die Fläche 1 war die erste, welche ich an diesem Krystalle unmittelbar nach den Beobachtungen am Krystalle Nr. I untersuchte, also zu einer Zeit, wo ich das Auftreten positiver Electricität überhaupt nicht kannte. Es fragt sich, ob nicht durch Bedecken der stark negativen Stellen der Mitte auch auf den Ecken dieser Fläche positive Electricität sichtbar gemacht werden kann. Auf den genäherten Platindraht wirken ja sämmtliche Electricitäten der freien Fläche ein, und es kann leicht eine an einem bestimmten Punkte vorhandene schwache Polarität durch eine starke entgegengesetzte der benachbarten Flächenstücke verdeckt werden.

1) Wie sich die übrigen Theile der Oberfläche dieses Krystalles Nr. I verhalten, habe ich noch nicht Zeit gehabt zu untersuchen.

Der an der Stelle der Fläche 2 vorhandene Bruch entwickelt im Lichte zum Theil sehr starke positive Spannung.

Krystall Nr. III. Dunkelgrüner Flusspath von Weardale.

Der Krystall Nr. III glich in seiner Farbe und Beschaffenheit dem vorhergehenden und bestand aus zwei zwillingsartig verwachsenen. Von dem einen Krystall ist in Fig. 3 ein Theil der Flächen in halber Grösse abgebildet. Die Flächen 1, 4 und 6 waren glatt, jedoch an den Rändern zum Theil durch den zweiten Krystall oder durch Bruch unvollständig; die Fläche 2 war dagegen unvollkommen gebildet und zum Theil durch Bruch ersetzt.

Wie vorhin habe ich für diesen Krystall die beobachteten Ausschläge des Electrometers gleich in die Zeichnungen Fig. 3 eingetragen. Auch hier weisen die Flächen 1 und 4 wieder darauf hin, dass die Ecken oder der Rand der Würfelflächen positiv sind, während die Mitte stark negativ ist. Ebenso wie zuvor ist auch die Bruchfläche auf 2 wieder positiv.

Krystall Nr. IV. Dunkelgrüner Flusspath von Weardale.

Der Krystall Nr. IV glich in Farbe und Beschaffenheit den beiden vorhergehenden, und bestand vorzugsweise aus einem einzigen Individuum. Glatt ausgebildet war nur der vorhandene Theil der Fläche 1 (Fig. 4); auf den Flächen 3, 4 und 5 hatten sich kleinere Würfel ein- oder aufgelegt. Die Fläche 6 war nur zum kleinsten Theile vorhanden, und an Stelle der Fläche 2 bildete eine unregelmässige Bruchfläche die Begrenzung.

Aus den in die Zeichnung eingetragenen Beobachtungen ergibt sich ebenfalls wieder die im allgemeinen positive Beschaffenheit der Ecken und der Ränder, während in den mittleren Theilen der Flächen negative Polarität auftritt. Ebenso wie zuvor ist auch die Bruchfläche bei 2 wieder positiv. Fig. 4 stellt die Flächen in halber Grösse dar.

Die Einwirkung des farbigen oder sonst modificirten
Lichtes.

Da der stets veränderliche Zustand des Himmels und infolge dessen auch des zerstreuten Tageslichtes, wie er in den Tagen des jetzigen Aprils vorhanden war, jede auch nur einigermaassen angenäherte Messung der auf den Flusspathkrystall wirkenden Lichtintensitäten absolut unmöglich machte, so habe ich versucht, wenigstens im allgemeinen einen Ueberblick über die Wirkungen des farbigen oder sonst modificirten Lichtes zu gewinnen.

Der Versuch ergab, dass unter einem mit Kupferoxydul gefärbten rothen Glase die Wirkung des Lichtes fast ganz ausblieb, während sie unter einem sehr dunkelviolett gefärbten Glase hervortrat.

Beim Durchgange des Lichtes durch eine etwa zoll-dicke Schicht Wasser oder Alaunlösung erleidet die Wirkung desselben in Bezug auf die electricische Erregung des Flusspathes keine Schwächung, wohl aber eine sehr beträchtliche beim Durchgange durch eine Lösung von schwefelsaurem Chinin, wobei die sehr schwach gelbliche Färbung dieser letzteren Lösung nicht die Hauptursache dieser beträchtlichen Abnahme in der Einwirkung des Lichtes sein kann.

Es mögen hier zum Beweise des Vorstehenden einige Beobachtungen folgen.

Der Krystall Nr. II wurde mit der Fläche 1 nach oben in den p. 73 beschriebenen Kasten gestellt, und die Oeffnung in der um 45° gegen den Horizont geneigten Vorderwand mit einer parallelepipedischen, eine Lösung von schwefelsaurem Chinin enthaltenden Flasche bedeckt. Der Kürze wegen werde ich im Folgenden nur die in der Mitte der Fläche 1 beobachteten electricischen Spannungen angeben.

Nachdem die Fläche 1 dieses Krystalles 10 Minuten lang in dem Kasten, dessen geneigte Fläche gegen den Himmel gerichtet war (gegen die Sonne aber im Schatten

stand), den durch die Chininlösung gegangenen Lichtstrahlen ausgesetzt worden, zeigte die Mitte derselben eine electricische Spannung -0.9 . Nachdem der Krystall wieder 15 Minuten eben diesen Strahlen ausgesetzt gewesen, -1.5 ; nach einem weiteren Aussetzen an dieselben Strahlen während 10 Minuten -2.3 .

Darauf wurde die die Oeffnung in der geneigten Vorderwand bedeckende Chininlösung durch eine Alaunlösung ersetzt, und nachdem der Krystall 10 Minuten lang dem durch diese Lösung hindurchgegangenen Lichte ausgesetzt gewesen, stieg in der Mitte der Fläche die electricische Spannung auf -7 . Schliesslich wurde die Oeffnung in der zweiten Wand mit einem tief dunkelblauen Kobaltglase anstatt der Alaunlösung bedeckt, und nach 18 Minuten hatte die Spannung in der Mitte der Fläche den Werth -11 erreicht.

Hiernach sind es also vorzugsweise die sogenannten chemischen Strahlen, welche die photoelectricischen Erscheinungen des Flusspathes hervorrufen, und es ist mir sehr wahrscheinlich, dass die Electricität auf den bestrahlten Flusspathkrystallen gerade den durch das Licht bewirkten chemischen Vorgängen ihre Entstehung verdankt. Nach Wyrnboff besteht der Stoff, welchem die blauvioletten und dunkelgrünen Flusspäthe ihre Färbung verdanken, aus verschiedenen Kohlenwasserstoffverbindungen.

An die genauere Untersuchung der photoelectricischen Erscheinungen beim Flusspath wird sich die Beschäftigung mit einer Reihe von Fragen anschliessen, von denen hier nur einige erwähnt werden mögen. Zeigen überhaupt fluorescirende Substanzen oder die sogenannten Phosphore (Leuchtsteine) photoelectricische Erscheinungen? Lassen sich auf den durch das Licht zersetzbaren Farbstoffen, soweit sie isoliren, electricische Spannungen hervorrufen? Dürfen dabei diese Farbstoffe ungeformt sein, oder müssen sie, wie bei den Flusspäthen, mit krystallinischen Substanzen verbunden werden? Kann man in Fällen, wo die

Farb
durch
rop
Tag
such
man
End
soda
man

VI.

M
sich
rich
die
die
gal
Fla
Er
fur
die
W
te
ist

un
C2

Farbstoffe in Leitern vorkommen, die Lichteinwirkung durch electricische Ströme nachweisen, z. B. bei dem Chlorophyll in grünen Blättern? So habe ich in den letzten Tagen vergebens auf Sonnenlicht gewartet, um zu untersuchen, ob und welche electricischen Ströme entstehen, wenn man zwei in Wasser befindliche grüne Blätter mit den Enden des Drahtes eines Galvanometers verbindet und sodann das eine Blatt den Sonnenstrahlen aussetzt, während man das andere im Schatten oder im Dunkeln erhält.

VI. *Ueber den Leitungswiderstand von Flammen gegen den galvanischen Strom:*
von Dr. Edm. Hoppe.

Mit der electricischen Beschaffenheit der Flammen haben sich schon viele namhafte Physiker beschäftigt, doch richten sich die Untersuchungen wesentlich auf die durch die Flamme hervorgerufenen Thermostrome, auf die durch die verschiedenen Bestandtheile der Flamme bedingten galvanischen Ströme¹⁾ und auf die unipolare Leitung der Flamme. Letztere Eigenthümlichkeit hat ihre definitive Erklärung wohl durch die Abhandlung Hankel's²⁾ gefunden. Auf den Leitungswiderstand gegen einen durch die Flamme geleiteten Strom erstrecken sich meines Wissens vornämlich die Arbeiten von Becquerel, Matteucci und Hittorf.³⁾ Durch jene drei Untersuchungen ist jedoch wohl noch keine definitive Entscheidung in

1) Matteucci, Phil. Mag. VIII. p. 400. 1854.

2) Abh. der k. sächs. Ges. d. Wiss. V. p. 1. 1861.

3) Becquerel, Ann. d. chim. et phys. XXXIX. p. 359. 1853 und XLII. p. 409. 1854. Matteucci l. c. Hittorf, Pogg. Ann. CXXXVI. 1869.

dieser Frage gegeben;¹⁾ denn die Resultate weichen sehr von einander ab. Während nämlich Becquerel bei einzelnen Flammen ein relativ grösseres Leitungsvermögen findet, beobachtet Matteucci bei derselben Flamme ein geringeres Leitungsvermögen, wie bei einer Alkoholflamme. Hittorf findet dann eine theilweise Bestätigung der Becquerel'schen Beobachtungen. Alle Versuche aber beziehen sich auf eine Vergleichung der Alkohol- oder Gasflamme, und es fehlen in allen drei Arbeiten die durch Zahlen genau ausgedrückten Verhältnisse des Leitungsvermögens. Es schien mir daher nicht unwichtig, über diesen Gegenstand noch einmal genaue Versuche anzustellen, und ich hoffe, dass diese Untersuchung zur Klärung der Sachlage beitragen möge.

Die Anordnung bei diesen Versuchen war folgende: Zwei gerade feine Platindrähte, deren Durchmesser 0.241 Mm. war, von gleichem Querschnitt, standen einander in der zu untersuchenden Flamme in derselben Horizontalebene gegenüber, sie waren in Holzklemmen befestigt, welche eine verticale Verschiebung und eine Näherung oder Entfernung der Enden der Platindrähte erlaubten. In einer Entfernung von etwa 3 Meter war ein Fernrohr, mit einem durch eine Mikrometerschraube verschiebbaren Fadenkreuz in derselben Horizontalebene mit den Drähten aufgestellt, wodurch die Distanz der Enden jener 2 Drähte gemessen werden konnte. Der Werth einer Schraubenumdrehung wurde bei jedem Versuche genau ermittelt, indem an Stelle der Drähte ein sorgfältig getheilter Maassstab gebracht wurde. Einer der Drähte stand mit einem Stromcommutator in Verbindung, während der andere mit einem sehr empfindlichen Spiegelgalvanometer mit gut astatischer Nadel verbunden wurde. Von diesem Galvanometer führte ein Draht zur zweiten Schraube des Commutators, dessen 3te und 4te Schraube mit den Polen einer

1) Cf. Wiedemann, Galvanismus und Electromagnetismus (2) I. p. 872. 1874.

Kette von 3 resp. 4 Bunsen'schen Bechern in Verbindung standen. Ich schaltete aus dem Grunde einen Commutator ein, um mich jederzeit davon überzeugen zu können, dass in dem Galvanometer nur der Strom von jenen Elementen wirksam war und nicht etwa auch thermoelectrische Ströme, welche aus verschiedenen Temperaturen der Electroden resultirten, oder solche, welche nach Matteucci (l. c.) aus den verschiedenen Bestandtheilen der Flamme an den Drahtenden sich ergeben, und von Wiedemann (l. c.) mit dem Namen „Flammenströme“ bezeichnet sind, störend auftreten. War nämlich keiner dieser Ströme, welche ich „secundäre“ nennen will, vorhanden, so musste der Ausschlag der Nadel beim Commutiren nach beiden Seiten gleich sein. War das nicht der Fall, so verschob ich die Drähte in der Flamme bis zum vollständigen Verschwinden der secundären Ströme, oder, wenn die Ausschläge nahezu gleich waren, so nahm ich das arithmetische Mittel beider zur weiteren Berechnung.

Ehe die Versuche so unternommen wurden, bestimmte ich nach der Ohm'schen Methode mit Hülfe eines Widerstandssatzes von engen, mit einprocentigem Zinkvitriol gefüllten Glasröhren, deren Weite durch einen gewogenen Quecksilberfaden calibriert war, und deren Widerstand nach der von Beetz¹⁾ angegebenen Formel in Siemens'schen Widerstandseinheiten berechnet wurde, die Constante des angewandten Galvanometers zu:

$$C = 0.000923446.$$

Schalte ich nun statt des Widerstandssatzes die Flamme ein, so ist einmal $J = C. \operatorname{tg} \alpha$, wenn J die Stromstärke und α den Ablenkungswinkel der Nadel bedeutet, ferner ist nach dem Ohm'schen Gesetz $J = \frac{E}{w}$, wo E die electromotorische Kraft und w der Widerstand ist. (Der Widerstand des Multiplicators, der Elemente und der Leitung war verschwindend klein gegen den der Flamme; ich setze

1) Pogg. Ann. CXVII. p. 1. 1862.

deshalb w = Widerstand der Flamme.) Daraus folgt
 $w = \frac{E}{C \cdot \operatorname{tg} \alpha}$. Um w in Siemens'schen Einheiten zu bekommen, setzte ich die electromotorische Kraft eines Bunsen'schen Elementes = 20, und erhielt dann die im Folgenden mitgetheilten Resultate.

Untersuchung mit der Flamme einer Argand'schen Lampe.

Der Hahn der Lampe wurde nur halb geöffnet, so dass die Flamme nur etwa 15 Mm. hoch war, die Drähte befanden sich etwa 3 Mm. über den feinen Oeffnungen des Brenners in dem äusseren Ring der Flamme und waren schwach rothglühend, ihre Distanz wurde zu 0.5 Mm. gemessen; ein secundärer Strom war nicht bemerkbar. Es ergab sich:

$$(1) \quad w = 69816165 \text{ S.-E.}$$

Liess ich die Distanz der Drähte unverändert, stellte aber die Flamme niedriger, so dass die Electroden in den oberen Rand des Flammenkegels tauchten, etwa 10 Mm. über den feinen Oeffnungen, wo dieselben fast weissglühend waren und ebenfalls kein secundärer Strom bemerkbar wurde, berechnete ich:

$$(2) \quad w = 16727585 \text{ S.-E.}$$

Nun führte ich der Lampe mehr Gas zu, so dass die Flamme etwa 70 Mm. hoch war; die Distanz der Drahtenden blieb dieselbe, aber ihre Höhe über dem Fuss der Flamme betrug etwa 50–60 Mm., so dass sie fast weissglühend waren; jetzt war:

$$(3) \quad w = 6860078 \text{ S.-E.}$$

Wenn dagegen bei sonst gleichen Verhältnissen die Oeffnungen des Brenners etwa 20 Mm. unter die Electroden gebracht wurden, ergab sich ein Widerstand:

$$(4) \quad w = 52155683.6 \text{ S.-E.}$$

Unter der Voraussetzung, dass der Widerstand proportional der Länge des vom Strome durchlaufenen Theils

der Flamme ist, sind diese 4 Resultate reducirt auf 1 Mm. Distanz zwischen den Drahtenden:

- | | | |
|-----|---------------------|-------|
| (1) | $w_1 = 139632330$ | S.-E. |
| (2) | $w_2 = 33455170$ | „ |
| (3) | $w_3 = 13720156$ | „ |
| (4) | $w_4 = 104311367,2$ | „ „ |

Bei diesen 4 Versuchen wurden 3 Bunsen'sche Elemente verwendet und damit ein Ausschlag von 3–30 Scalentheilen erhalten.

Bunsen'scher Gasbrenner.

Hiermit verliess ich die Untersuchung der Flamme einer Argand'schen Lampe und ermittelte die Leitungsfähigkeit bei einem Bunsen'schen Brenner. Bei diesem war es ganz besonders schwierig, die thermoelectrischen Ströme zu vermeiden; selbst mit unbewaffnetem Auge erkannte ich fast in allen Theilen der Flamme eine verschiedene Temperatur der Electroden, indem der eine Draht fast weissglühend war, während der andere nur bis zur Rothglühhitze erwärmt wurde. Es war daher nicht möglich, die Drahtenden in grosse Distanz zu bringen, und nur in 3 Stellungen gelang es mir, die secundären Ströme nahezu zu vermeiden; für den ersten Versuch ergab sich ein secundärer Strom beim Commutiren von 4 Scalentheilen Differenz bei Anwendung von 3 Elementen, und bei Benutzung von 4 Elementen ein solcher von 6 Scalentheilen; beim zweiten eine Differenz von 5 resp. 7 Scalentheilen und beim dritten endlich von 1 resp. 3 Scalentheilen.

Bei allen folgenden Bestimmungen sind für jede Stellung der Electroden 2 Beobachtungen gemacht mit verschiedenen electromotorischen Kräften, welche durch 3 resp. 4 Bunsen'sche Elemente geliefert wurden. Dies geschah, um zu untersuchen, ob das Ohm'sche Gesetz auch für die Gase gilt, was von Hankel¹⁾ und Hittorf bezweifelt wird. Doch ist hierbei die allergrösste Sorgfalt anzu-

1) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. V.

wenden, um nicht secundäre Ströme zu haben und Kräfte berücksichtigen zu müssen, wie sie Hittorf (l. c. p. 227) beobachtete. Es sind daher verhältnissmässig nur wenig Beobachtungen brauchbar zur Bestimmung des Leitungswiderstandes, aber die im Folgenden mitgetheilten Versuche scheinen mir die Gültigkeit des Ohm'schen Gesetzes zu beweisen und das Verhältniss der Leitungsfähigkeit verschiedener Flammen klarzulegen.

In dunkelbrennender Bunsen'scher Gasflamme bei vollständig geöffneten Hähnen der Zuleitung waren die Drahtenden in der Distanz 1.5 Mm. unmittelbar über dem inneren dunkeln Kegel aufgestellt, also im heissesten Theil der Flamme, und es fand sich:

	bei 3 Elementen	bei 4 Elementen
(1)	$w = 1725680$	$w = 1753995$.

Als jedoch bei sonst gleichen Verhältnissen die Drähte sich etwa 20 Mm. über dem inneren dunkeln Kegel befanden, war:

	$w = 1905333$	$w = 1911805$.
(2)		

Wurde endlich der Zuleitungshahn der Flamme nur halb geöffnet und die Drähte in einer Distanz von 2 Mm. in die Mitte zwischen dem Gipfel der Flamme und der Spitze des inneren Kegels gebracht, so fand sich:

	$w = 13718202$	$w = 13722110$.
(3)		

Reducire ich alle 3 Versuche auf 1 Mm. Distanz der Electroden, so ist:

	bei 3 Elementen	bei 4 Elementen	Mittel.
(1)	$w = 1150453.3$	1162633.3	1156543.3
(2)	$w = 1270222$	1278700	1274461
(3)	$w = 6859101$	6861955	6860078 .

Wasserstoffgasflamme.

Um Flammen zu untersuchen, deren Bestandtheile genau bekannt sind, wandte ich mich der Wasserstoffgasflamme zu. Das Wasserstoffgas wurde auf gewöhnliche

Weise durch Zersetzen des Wassers vermöge Zinkstückchen, auf welche Schwefelsäure geschüttet wurde, erhalten. Das Gas entwich aus einer zu einer feinen Spitze ausgezogenen Glasröhre, deren Oeffnung etwa 0.5 Mm. Durchmesser hatte, unter geringem Druck. Die Drähte befanden sich in der Distanz 0.82 Mm. etwa 2 Mm. über der Oeffnung. Dabei wurde ein Widerstand berechnet:

bei 3 Bunsen'schen Elementen bei 4 Elementen

$$(1) \quad w = 41880768 \quad w = 41803462;$$

hob ich dagegen die Drähte in die Höhe von 5 Mm. über die Oeffnung, wo ihre Distanz 0.84 Mm. betrug, so war:

$$(2) \quad w = 42155680 \quad w = 42173592.$$

Erweiterte ich die Oeffnung, so dass der Durchmesser derselben etwa 1 Mm. betrug und die Flamme verhältnissmässig breit war, so beobachtete ich eine Zunahme des Leitungsvermögens; die Drahtenden waren 2.28 Mm. von einander und 3 Mm. von der Oeffnung entfernt; dann fand ich:

$$(3) \quad w = 48742067 \quad w = 48699320;$$

entfernte ich dagegen die Electroden um 4.36 Mm. von einander und brachte sie in eine Höhe von 5 Mm. über dem Fuss der Flamme, so war:

$$(4) \quad w = 83761578 \quad w = 83793242.$$

Endlich setzte ich eine mittelweite Glasröhre in den Kork der Wasserzersetzungsf Flasche und beobachtete, während die Gasentwicklung schon langsamer wurde, bei einer Electrodendistanz von 0.2 Mm. in einer Höhe von etwa 2 Mm. über der Oeffnung einen Widerstand von:

$$(5) \quad w = 7216770 \quad w = 7235242.$$

Nach Aufgiessen von frischer Schwefelsäure und Zufügen von neuen Zinkstückchen ergab sich bei Wiederaufsetzen der zweiten Glasröhre auf die Flasche bei einer Electrodendistanz von 0.333 Mm. etwa 4 Mm. über der Oeffnung:

$$(6) \quad w = 6273700 \quad w = 6299430.$$

Der Uebersicht wegen reducire ich alle 6 Beobachtungen auf 1 Mm. Distanz der Drahtenden, dann ist:

	bei 3 Elementen	bei 4 Elementen	Mittel.
(1)	51074107	50979832	51026969
(2)	50185360	50206657	50196009
(3)	21378100	21359350	21368725
(4)	19211371	19218633	19215002
(5)	37083850	37176210	37130030
(6)	18821100	18898290	18859695.

Wasserstoffgasflamme mit eingeführten Salzen.

Jetzt brachte ich in die Wasserstoffflamme auf die von Hittorf (l. c.) beschriebene Weise andere brennbare Substanzen und es gelang mir, bei allen geprüften Substanzen die Ausschläge der Nadel sehr gut zu beobachten; nur beim Chlorcalcium misslangen meine Versuche. Diese Substanz schmilzt nämlich in der sehr heissen Wasserstoffflamme so schnell, dass sich gleich nach dem Einbringen derselben in die Flamme ein Tropfen ablöst, der die Oeffnung der Glasröhre verschliesst und so jede Untersuchung unmöglich macht. Zwischen je 2 Versuchen wurden die Electroden entweder sorgfältig ausgeglüht oder vollends durch frische Drähte von gleichem Querschnitt ersetzt, damit nicht von den früher untersuchten Salzen irgend etwas in den folgenden Flammen vorhanden sei. Bei den in folgender Tabelle enthaltenen Versuchen ist die Beobachtung vollständig gelungen. Die erste Columnne enthält die Bezeichnung des Salzes oder der Lösung, welche in die Wasserstoffflamme gebracht wurde, die zweite die Höhe der Electroden über der Salzperle, resp. über dem die Lösung enthaltenden Draht = a , die dritte die Distanz der Electroden von einander = b , die vierte den Widerstand bei 3 Elementen, die fünfte denselben reducirt auf 1 Mm. Distanz der Drahtenden, die sechste den Widerstand bei 4 Elementen, die siebente denselben reducirt auf 1 Mm., die achte das arithmetische Mittel aus Columnne 5 und 7,

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Salz.	a Mm.	b Mm.	w bei 3 Elementen	reducirt auf 1 Mm.	w bei 4 Elementen	reducirt auf 1 Mm.	Mittel aus 5 u. 7.	Bemerkungen.
Na	3	2	3585871	1792936	3564346	1782173	1787554	im oberen Theil der Flamme.
"	2	2.5	3781200	1512480	3787500	1515000	1513740	Mittel aus 8 ist = 1501918.
"	0.5	3.6	4332643	1203512	4328652	1202404	1202958	
Sr	3	2.2	5472125	2487330	5473600	2488000	2487665	Mittel aus 8 ist = 2295508.
"	0.5	3.8	7996200	2104270	7985239	2102431	2103351.5	
Th	2	2.21	20953770	9481344	20946713	9476340	9478842	Mittel aus 8 ist = 9463194.
"	0.5	2	18901000	9450500	18889190	9444593	9447547	
Li Cl	3	2.3	5474125	2380054	5473270	2380113	2380083	Li Cl war im flüssigen Zustande, daher sehr schnell verdorren, ich musste also den ersten Ausschlag in Rechnung ziehen. Das Mittel aus 8 ist = 2353942.
"	1	0.86	2001350	2329480	2000462	2326120	2327800	
Cu Cl ₂	2	2.7	51953900	19242185	—	—	—	Cu Cl ₂ war ebenfalls in flüssigem Zustande, es war so flüchtig, dass eine Beobachtung sehr schwer war, auch gelang es mir nicht, mit 4 Elementen eine Beobachtung zu bekommen, da der Ausschlag gar zu unsicher war. Das Mittel aus den beiden Beobachtungen in 5 ist = 19543807.
"	1	3.5	69459000	19845429	—	—	—	
Baryt	3	2	3014580	1507290	3003524	1501762	1504526	Mittel aus 8 ist = 1457858.
"	1.5	1.6	2257490	1410931	2258320	1411450	1411190	
Kali	2	6	5472125	913020.8	5463132	910522	911271.4	Bei diesem Salze war jedenfalls am meisten Dampf in der Flamme, der Ausschlag während einer ganzen Minute constant. Das Mittel aus 8 ist = 910809.2.
"	1	2.4	2185344	910560.0	2184322	910134	910347	

und endlich die neunte Bemerkungen. Bei allen Versuchen wurde die Salzperle oder der die Lösung enthaltende Draht 2–3 Mm. über die Oeffnung der Glasröhre gebracht.

Endlich untersuchte ich noch eine Stearinkerzenflamme und fand in der Mitte derselben, wo die Drahtenden rein und schwach rothglühend waren, in einer Distanz von 1 Mm. einen Widerstand von 2227443; im oberen Theil dagegen, wo die Electroden schnell mit Russ überzogen waren, besonders der negative Pol, fand sich $w = 4094594$.

Resultate.

Fassen wir nun alle diese Versuche ins Auge, so zeigen sich die von Wiedemann (l. c.) zusammengestellten Erscheinungen bestätigt. Im allgemeinen gilt das Gesetz: „Je heisser die Flamme ist, desto besser leitet sie,“ wie aus den Versuchen mit der Argand'schen Lampe und dem Bunsen'schen Brenner hervorgeht; denn während bei jener die heisseste Stelle im oberen Rande der Flamme zu suchen ist, befindet sich beim Bunsen'schen Brenner die grösste Hitze dicht über dem inneren dunkeln Kegel. Auch bei der Wasserstofflamme bestätigt sich dies, da ist im oberen heisseren Theile die Flamme besser leitend. Doch hängt die Leitungsfähigkeit auch sehr wesentlich von der Menge des verbrennenden Gases ab; je mehr Gasmolecüle den horizontalen Querschnitt der Flamme erfüllen, um so besser leitet sie, das zeigen die Versuche mit kleiner und voller Flamme, sowohl bei der Argand'schen Lampe, wo die Unterschiede der Widerstände zwischen heller und voller Flamme an der heissesten und weniger heissen Stelle 20 resp. 34 Millionen Widerstandseinheiten betragen, wie beim Bunsen'schen Brenner, wo dieser Unterschied zwischen halber und voller Flamme etwa 5 Millionen beträgt, wie endlich bei der Wasserstofflamme, wo der Unterschied wieder etwa 30 Millionen ausmacht. Dass die grössere Hitze nicht allein die grössere Leitungsfähigkeit bedingt, beweist auch das Verhältniss des Widerstandes

der Bu
ebenfal
Salze
Leitun
daher
ringere
Leitun
Flamm
gas pr
perle,
herrscl
N
den V
wenige
Reihen
wenige

Bunse

Bunse

A

F
Elem

der Bunsen'schen Flamme zu dem der Wasserstofflamme, ebenfalls alle Versuche, bei denen in die Wasserstofflamme Salze gebracht sind. Der Dampf dieser Salze erhöht das Leitungsvermögen der Wasserstofflamme ganz ungemein, daher denn auch in jeder Flamme die grössere oder geringere Menge jener Dämpfe einen Unterschied in dem Leitungsvermögen bedingt, indem in allen Versuchen die Flamme im oberen Theile, wo jedenfalls das Wasserstoffgas prävalirt, weniger gut leitet, wie dicht über der Salzperle, wo die Dämpfe dieses Salzes resp. der Lösung vorherrschend sind.

Nimmt man aus den verschiedenen Werthen für den Widerstand der Flammen an den heissesten und weniger heissen Stellen das Mittel, so ergibt sich folgende Reihenfolge von den am besten leitenden Gasen zu den weniger guten Leitern aufsteigend:

Flammen	w für 1 Mm.
H + Ka	910809.2
Bunsen'sche Brenner, volle Flamme	1215502
H + Ba	1457858
H + Na	1501918
Stearin (Mitte)	2227443
H + Sr	2295508
H + Li Cl	2353942
Bunsen'sche Brenner, halbe Flamme	6860078
H + Tl	9463194
H + Cu Cl ₂	19543807
H, volle Flamme	20291864 resp. (19075779)
H, mittlere Flamme	37130030
H, kleine Flamme	50611489
Argand'sche Lampe (gross)	59015762
" " (klein)	86543750

Ferner zeigen die Versuche mit 3 und 4 Bunsen'schen Elementen, dass das Ohm'sche Gesetz für die Gase auch

gilt. Es sind die Werthe für die Widerstände bei Anwendung von 4 Bechern bald grösser, bald kleiner wie die für 3 Elemente, aber sie sind verhältnissmässig überhaupt wenig von einander verschieden. Die kleinen Ungleichheiten können auch sehr wohl durch die beständige Veränderlichkeit der Flamme selbst bedingt sein, denn die Beobachtungsweise liess keine Fehler bis zu der Grösse zu. Aber ich betone es noch einmal, man muss die grösste Sorgfalt anwenden, um die von mir „secundär“ genannten Ströme zu vermeiden; tritt z. B., wenn 3 Elemente die electromotorische Kraft bilden, ein secundärer Strom auf, der beim Commutiren sofort sichtbar wird, so habe ich allerdings auch die Erscheinung beobachtet, welche Hankel (l. c. p. 72) beschreibt, dass bei 4 Elementen nämlich die Differenz der Scalenausschläge nach beiden Seiten beim Commutiren grösser wird; aber wenn bei 3 Elementen durchaus keine Differenz zu bemerken war nach dem Commutiren, so bestand auch bei 4 Elementen vollste Uebereinstimmung in den Ausschlägen. Nur wenn das der Fall war, habe ich die Beobachtung in Rechnung gezogen; daher man die geringe Anzahl von mitgetheilten Beobachtungen mit Rücksicht auf die höchst schwierige Erfüllung jener Bedingung entschuldigen wird.

Göttingen, den 31. Mai 1877.

VII. *Ueber den electrochemischen Vorgang an einer Aluminiumanode; von W. Beetz.*

(Der math.-phys. Klasse der k. bayer. Akad. der Wiss. mitgetheilt am 3. März 1877.)

Am Schlusse meiner (in den Münchn. Ber. 1875 p. 59 enthaltenen) Mittheilung über die galvanische Polarisation des Aluminiums hatte ich die Bemerkung ge-

macht, c
dünnter
schiefer
Sauersto
in der
Thonerde
welche d
ich den
müssen,
dadurch
hinabdr
stoff in
deren U
geht. I
vorzugs
sich die
mehr u
eine gr
Reihe v
und das
Batterie
cesses
flüssigk
Schwef
wicht
einen R
im Bo
diese c
Säure
diesem
reiner
Umstä
Das G
stand
in der
niume
Alumi

macht, dass die Menge des bei der Electrolyse von verdünnter Schwefelsäure an einer Aluminiumanode abgeschiedenen Sauerstoffes stets zu klein erscheine. Dieser Sauerstoff wird theils gasförmig abgeschieden, theils ist er in der durch Auflösung des Aluminiums entstandenen Thonerde enthalten, theils endlich in einer Oxydschicht, welche das Aluminium überzieht; denn als solche glaubte ich den äusserst schlecht leitenden Ueberzug ansehen zu müssen, welcher sich auf der Aluminiumanode bildet und dadurch die Stromstärke auf eine sehr geringe Grösse hinabdrückt. In welcher dieser drei Gestalten der Sauerstoff in grösserer Menge auftritt, hängt von den besonderen Umständen ab, unter denen die Electrolyse vor sich geht. In der ersten Zeit nach Schluss des Stromes wird vorzugsweise Aluminium aufgelöst; in dem Maasse, als sich die schlechtleitende Oxydecke bildet, wird die Anode mehr und mehr gegen die Auflösung geschützt und tritt eine grössere Sauerstoffmenge frei auf. Ich habe eine Reihe von Electrolysen angestellt, bei welchen die Gestalt und das Gewicht der Anode, die Art der electrolysirenden Batterie und die Stromstärke, sowie die Dauer des Processes mannichfach abgeändert wurden. Die Leitungsflüssigkeit war immer im Verhältniss 1 : 12 verdünnte Schwefelsäure, die Kathode eine Platinplatte. Das Gewicht der Anode wurde bestimmt, dann wurde sie, in einen Kautschukpfropf eingesteckt, von unten durch einen im Boden der Zersetzungszone befindlichen Tubulus in diese eingeführt und ein ebenfalls mit der verdünnten Säure gefülltes Eudiometerrohr darübergestürzt. Das in diesem Rohre aufgefangene Gas zeigte sich immer als reiner Sauerstoff, falls nicht, durch später zu erwähnende Umstände, auch etwas Wasserstoff entwickelt worden war. Das Gasvolumen wurde auf 0° und 760 Mm. Barometerstand reducirt und daraus sein Gewicht berechnet. Die in der Lösung enthaltene Thonerde wurde durch Ammoniumcarbonat niedergeschlagen und das in ihr enthaltene Aluminium berechnet. Wiewohl die angewandten Alumi-

niumdrähte und Platten nicht eisenfrei waren, zeigte sich die Thonerde doch rein, weil in der Electrolyse das Aluminium zuerst aufgelöst wird. Nach Beendigung des Versuches war unterdess die Aluminiumanode sorgfältig abgewaschen und über Schwefelsäure getrocknet worden. Ihr Gewichtsverlust hätte gleich dem Gewichte des in der Thonerde enthaltenen Aluminiums sein sollen, es fiel aber immer zu gering aus, so dass die Differenz dieser beiden Grössen als das Gewicht des Sauerstoffes betrachtet werden musste, welcher in der das Aluminium bedeckenden grauen (auf Platten irisirenden) Schicht enthalten ist.

In den Strom war gleichzeitig ein Silbervoltmeter eingeschaltet.¹⁾ Die in dem Voltmeter niedergeschlagene Silbermenge müsste nun äquivalent sein dem in den genannten drei Gestalten auftretenden Sauerstoff. Meine früheren Versuche hatten gezeigt, dass dies nicht der Fall sei, es fehlte immer ein beträchtliches Sauerstoffquantum. Es hat sich nun aber ergeben, dass dieser Mangel Nebenumständen zuzuschreiben ist, wie aus den Zahlen der umstehenden Tabelle hervorgeht. Alle Gewichte in derselben sind in Grammen angegeben.

In den Versuchen 1 und 2 fehlen resp. 10.1 und 8.5 % von der, dem ausgeschiedenen Silber äquivalenten Sauerstoffmenge. Die Anoden bestanden hierbei einmal aus einem dünnen Draht, das andere mal aus einer schmalen Platte, beide von kleiner Oberfläche. Die Strom-

1) Als solchen bediene ich mich einer sehr bequemen Abänderung des Poggendorff'schen Silbervoltmeters. Es besteht aus einem kleinen Stativ mit Schieferfussplatte, in welchem ein Platingefäss mit Ausguss festgeklemmt ist. In diesem hängt, mit seinem breiten Rande von Ebonit aufliegend, ein poröses Porzellangefäss, das ebenso wie das Platingefäss mit Silbernitratlösung gefüllt ist. Dann wird ein dicker, spiralförmig gerollter und mittelst eines Armes am Stativ verschiebbarer Silberdraht in das Porzellangefäss gesenkt. Das auf der inneren Platinfläche niedergeschlagene Silber wird in der bekannten Weise abgewaschen, getrocknet und gewägt. Der kleine Apparat war im Kensington-Museum ausgestellt.

Batterie	1 6 Meidinger		2 6 Meidinger		3 6 Meidinger		4 6 Grove		5 10 Bunsen	
	Draht		Platte		Spirale		Spirale		Spirale	
Gestalt der Anode . .	0.0506		0.5725		1.7230		1.9565		1.3393	
Gewicht der Anode . .	1740		2420		1845		466		100	
Zeit, Minuten	0.1470		2.9816		3.7555		3.6213		3.2465	
Silber im Voltameter .	0.013		0.188		0.311		1.168		4.837	
Stromstärke	0.0170		0.3690		0.3293		0.4164		0.4720	
Thonerde	0.0075	68.8 %	0.1722	78.3 %	0.1538	55.3 %	0.1944	75.4 %	0.2204	91.8 %
Sauerstoff in ders. . .	0.0085		0.1968		0.1755		0.2220		0.2516	
Aluminium in ders. .	0.0080		0.1900		0.1688		0.2100		0.2458	
Aluminium verloren .	0.0005	4.6	0.0068	2.6	0.0067	2.4	0.0120	4.6	0.0058	2.4
Sauerstoff im Oxyd . .	0.0018	16.5	0.0230	10.4	0.1028	36.9	0.0396	15.3	0.0173	7.2
Sauerstoff frei	0.0098		0.2020		0.2633		0.2460		0.2435	
Summe des Sauerstoffes	0.0169		0.2209		0.2783		0.2583		0.2406	
Sauerstoff äquiv. Silber	0.0011	10.1	0.0189	8.5	0.0150	5.4	0.0123	4.7	—	
Zu wenig Sauerstoff .										

stärke J (immer nach absolutem magnetischen Maasse angegeben) war sehr klein, die Dauer der Zersetzung sehr gross, die Gasentwicklung äusserst spärlich. Bei den folgenden Versuchen vergrösserte ich die wirksame Aluminiumfläche, indem ich den Aluminiumdraht zu einer Spirale rollte. Hierdurch wurde die Sauerstoffentwicklung viel lebhafter, wenn an der Batterie nichts geändert wurde, wie in Versuch 3, bei welchem wie bei 1 und 2 zur Zersetzung 6 Meidinger-Elemente dienten; der Sauerstoffverlust wurde geringer, nämlich 5.4%. Wurde die Stromstärke aber bedeutend vermehrt, wie in Versuch 4 durch Anwendung von 6 Grove- oder in Versuch 5 von 10 Bunsen-Elementen, so verminderte sich die Menge des frei abgeschiedenen Sauerstoffes wieder, die Gesamtmenge des erhaltenen Sauerstoffes aber näherte sich immer mehr der dem Silber äquivalenten, so dass in Versuch 5 beide Mengen innerhalb der erlaubten Fehlergrenzen einander gleich sind.

Der Grund, weshalb bei den ersten Versuchen so viel Sauerstoff abhanden kam, liegt augenscheinlich in der spärlichen Entwicklung des gasförmigen Theiles desselben. Die kleinen Gasblasen werden lebhaft von der Leitungsflüssigkeit in der Umgebung der Anode absorbirt und entweichen zum grossen Theil in die Luft. Bei den späteren Versuchen steigen die Blasen sofort lebhafter auf, bei Anwendung starker Ströme aber erhitzt sich die Flüssigkeit so stark, dass auch die Gasabsorption nur gering sein kann. Unterbricht man den Strom auch nur auf kurze Zeit, so enthält das Gas sofort Wasserstoff, der durch die rein chemische Auflösung des Aluminiums in der heissen Säure entsteht. Man muss deshalb bei der Beendigung eines Versuches und dem Auseinandernehmen des Apparates besonders sorgfältig und schnell verfahren. Der kleine Ueberschuss, den der Versuch 5 liefert, ist wohl auch einer solchen Beimengung einer geringen Wasserstoffmenge zuzuschreiben. Auch während des Stromschlusses entwickelt sich bei zu grosser Erhitzung der

Leitungs-
dass

jeder
setze
seitig

die
eine
setze
wor
über
cre
met
in e
die
hind
solc
des
geg
einf
den
hält
niur
der
will
trü
ein
fein
Me
Mi
W
we

Phy



Leitungsflüssigkeit am Aluminium leicht Wasserstoff, so dass man gut thut, dieselbe kühl zu halten.

Ich glaube nach diesen Ergebnissen meiner Versuche, jeden Zweifel an der Richtigkeit des electrolytischen Gesetzes bei der Electrolyse an Aluminiumelectroden als beseitigt ansehen zu dürfen.

Die schon von Buff¹⁾ beobachtete Eigenschaft des die Aluminiumanode bedeckenden Ueberzuges, dem Strom einen ungemein grossen Leitungswiderstand entgegenzusetzen, ist neuerdings wiederholentlich abermals entdeckt worden. Gleichzeitig mit meinen oben citirten Versuchen über diesen Gegenstand sind ähnliche angestellt von Ducretet,²⁾ welcher sagt, dass ein Strom durch ein Voltameter mit einer Platin- und einer Aluminiumelectrode nur in einer Richtung gehe; bei Umkehrung des Stromes höre die Zersetzung auf und fast gar keine Electricität werde hindurchgelassen. Er glaubt sogar, durch Anwendung solcher, als Ventile dienenden Voltameter das Problem des gleichzeitigen Durchganges zweier Telegramme in entgegengesetzter Richtung durch denselben Draht in der einfachsten Weise lösen zu können; wie das erreicht werden soll, ist freilich nicht angegeben. Auch Ducretet hält den schützenden Ueberzug für ein Oxyd des Aluminiums und zwar für Thonerde, die sich freilich wohl in der Säure lösen dürfte. Eine Isolirung des Ueberzuges will nicht gelingen. Bei lange fortgesetzter Electrolyse trübt sich wohl die Leitungsflüssigkeit, und man kann eine kleine Menge des sich loslösenden Beschlages in sehr feinem Pulverzustande auf einem Filtrum sammeln. Die Menge betrug in meinen Versuchen nie mehr als einige Milligramm. Trotz sorgfältigsten Waschens mit heissem Wasser behielt ich auf dem Filtrum immer eine Substanz, welche vor dem Löthrohr auf Thonerde reagierte, während

1) Liebig Ann. CII. p. 296.

2) C. R. LXXX. p. 280 und Sillim. J. (3) IX. p. 467, aus J. d. Phys. IV. p. 84.

ich niemals Silicium darin nachzuweisen vermochte. Ich glaube daher ebenfalls, den Ueberzug bestimmt für ein Aluminiumoxyd halten zu müssen, um so mehr, als die siliciumreichsten, wie die reinsten Aluminiumsorten sich in Bezug auf die beschriebenen electrolytischen Vorgänge ganz gleich verhielten. Ganz siliciumfreies Aluminium mir zu verschaffen, ist mir freilich nicht gelungen, und dies ist die Hauptursache, weshalb ich diese zur Ergänzung meiner früheren Mittheilung dienende Notiz derselben so spät folgen lasse.

VIII. *Weitere Versuche über die galvanische Ausdehnung; von Dr. Franz Exner.*

(Ausgeführt im physikalischen Cabinet der Wiener Universität. Aus den Sitzber. d. k. k. Wien. Akad. d. Wiss. 8. März 1877, mitgetheilt vom Herrn Verfasser.)

Wenn ein electrischer Strom einen metallischen Leiter durchfliesst, so soll nach Edlund die Verlängerung, welche er dadurch erleidet, grösser sein als die durch die gleichzeitig auftretende Erwärmung bedingte wäre; diese galvanische Ausdehnung hat Edlund in seiner Arbeit: „Experimenteller Beweis, dass der galvanische Strom unabhängig von der entwickelten Wärme feste Körper ausdehnt“, ¹⁾ nachzuweisen gesucht auf eine Weise, die mir und auch anderen ²⁾ nicht ganz einwurfsfrei zu sein schien. Ich habe deshalb die diesbezüglichen Versuche in einer Weise angestellt, ³⁾ die es gestattete, die durch den Strom im Leiter erzeugte Wärme von demselben abzuleiten und so

1) Pogg. Ann. CXXIX u. CXXXI.

2) Wiedemann, Galv. (2) I p. 961.

3) Wien. Ber. LXXI. Pogg. Ann. Ergbd. VII.

die beiden Erscheinungen zu trennen; dabei stellte sich heraus, dass „unabhängig von der entwickelten Wärme“ keinerlei Ausdehnung des Drahtes durch den hindurchfließenden Strom constatirt werden konnte.

In einer jüngst erschienenen Abhandlung¹⁾ hat nun Edlund seiner galvanischen Ausdehnung eine andere Deutung gegeben und sie dadurch mit meinen Versuchen in Uebereinstimmung gebracht; es soll der galvanische Strom nicht mehr unabhängig von der entwickelten Wärme die Verlängerung des Leiters erzeugen, sondern diese Verlängerung soll das Resultat einer Polarisation sein, die die schon vorhandenen Wärmeschwingungen von seiten des galvanischen Stromes erfahren und welche sie zwingt, ihre sonst ganz variablen Schwingungsrichtungen sämmtlich in die Richtung des Stromes, also die Längsrichtung des durchflossenen Drahtes, zu verlegen; dadurch, dass nun alle Schwingungen in dieser einen Richtung erfolgen, soll denn auch die Verlängerung dieser Richtung beträchtlicher sein als bei gewöhnlicher Erwärmung des Leiters zu gleicher Temperatur, wo dann die einzelnen Wärmeschwingungen nach allen möglichen Richtungen erfolgen.

Mit dieser Auffassung der galvanischen Ausdehnung stehen meine früheren Versuche allerdings in Uebereinstimmung; allein, wie gesagt, die Resultate, welche Edlund erhielt — und noch weniger die von Streintz²⁾ — scheinen mir nicht zwingend genug, um zur Annahme einer derartigen polarisirenden Wirkung des Stromes auf die Wärme zu schreiten, und ich hielt es nicht für überflüssig, die Versuche über diesen Gegenstand mit einer Methode wiederaufzunehmen, die weniger Schwierigkeiten bietet als die Edlund's und bei welcher die im Leiter entwickelte Wärme demselben nicht entzogen wird.

Was die oben citirten Resultate von Streintz anbelangt, so sind dieselben keineswegs maassgebend, weil die

1) Pogg. Ann. CLVIII.

2) Pogg. Ann. CL.

Methode, nach welcher sie gewonnen wurden, wie ich schon in meiner früheren Abhandlung dargethan, durchaus nicht geeignet ist zur Bestimmung so kleiner Grössen, wie die der galvanischen Ausdehnung, wenigstens nach den Versuchen Edlund's sein müssten; es stimmen auch dem entsprechend die von beiden Beobachtern erhaltenen Werthe derselben quantitativ nicht überein, denn, während bei Edlund die galvanische Ausdehnung 2.8–6.5% der durch die gleichzeitige Erwärmung bedingten Verlängerung beträgt, erreicht dieser Werth bei Streintz bei Platin die Höhe von 25.5%, bei Eisen sogar 27.3%, eine Grösse, die, wenn sie wirklich existirte, den bisherigen Beobachtern der beim galvanischen Strome auftretenden Erscheinungen schwerlich entgangen wäre. Die Einwände, welche Wiedemann¹⁾ sehr mit Recht gegen die Streintz'sche Methode erhebt, sucht Edlund zwar in seiner letzten diesbezüglichen Arbeit durch Rechnung zu beseitigen, die nachfolgenden Versuche werden jedoch zeigen, dass die Resultate Streintz's nichtsdestoweniger falsch und die Edlund's zum mindesten zweifelhaft sind.

Die Methode, nach welcher bei den nachfolgenden Versuchen verfahren wurde, war im Principe eine der schon von Edlund angewendeten; der zu untersuchende Draht wird mittelst eines galvanischen Stromes geheizt, bis er sich im stationären Zustande befindet, dann wird seine Länge, resp. Verlängerung und gleichzeitig sein Widerstand gemessen; darauf wird derselbe nach vorangegangener Abkühlung zur ursprünglichen Temperatur durch äusserliche Erwärmung auf denselben Widerstand gebracht, den er vorher bei Durchgang des Stromes hatte, und abermals seine Verlängerung gemessen. Diese letztere sollte nun nach Edlund und Streintz — da der Draht in beiden Fällen gleichen Widerstand, also auch gleiche Temperatur hatte — geringer ausfallen als die erst beobachtete, und zwar nach Streintz bis zu 27%.

1) Wiedemann, Galv. (2) II^b. p. 704.

Um den Widerstand des Drahtes zu messen, wenn er durch einen Strom erhitzt wird, hat Edlund eine Pendelvorrichtung in Anwendung gebracht, die gestattete, den Hauptstrom zu unterbrechen und kurze Zeit darauf einen zur Widerstandsbestimmung dienenden Strom durch den noch erwärmten Draht zu schicken; es ist natürlich, dass die verschiedenen Correctionen, welche bei dieser Anordnung des Versuches wegen der Abkühlung und Zusammenziehung des Drahtes in der Zeit, die zwischen dem Oeffnen des ersten und Schliessen des zweiten Stromes verfliesst, in Rechnung gebracht werden müssen, sowie die in so kurzer Zeit auszuführende Widerstandsbestimmung selbst die Sicherheit der Resultate wesentlich beeinflussen müssen.

Um diesen Uebelständen vorzubeugen, habe ich es vorgezogen, die Widerstandsbestimmung durch den erwärmenden Strom selbst auszuführen, wobei man, während der Draht auf seinem stationären Zustande beharrt, vollkommen Musse hat, diese Bestimmung mit aller Sorgfalt vorzunehmen. Es ist dazu nur erforderlich, dass der verwendete Strom für die Dauer von etwa 5—6 Minuten — und länger währte die Widerstandsbestimmung niemals — eine constante Intensität behält, was jedoch bei Anwendung eines Bunsen'schen Elementes in für den vorliegenden Zweck übrigens ausreichendem Grade zu erlangen war, und ich brauchte wohl nicht zu erwähnen, dass bei sämtlichen Versuchen eine Controle dieser Constanz bezüglich der ganzen Versuchsdauer eingeführt war.

Die Versuche, deren Resultate im Nachfolgenden mitgetheilt sind, hatten demnach die folgende Anordnung:

Der zur Untersuchung genommene Metalldraht¹⁾ hing durch Gewichte gespannt, vertical und central in einer 10 Mm. weiten Metallröhre, die von einer zweiten weiteren (80 Mm.) umgeben war; unten und oben war die innere Röhre durch einen leichten Baumwollpfropfen gegen Luft-

1) Die Dicke der verschiedenen Drähte variierte von 0.1—0.2 Mm., die Länge war circa 600 Mm.

strömungen geschützt. Der galvanische Strom, von einem Bunsen'schen Elemente kommend — nur bei Anwendung des feinsten Platindrahtes, wo der Widerstand schon ein beträchtlicher war, wurden zwei Elemente angewendet — konnte durch den Versuchsdraht und gleichzeitig durch ein Galvanometer geschickt werden, das mit Spiegelablesung und verschiebbarer Rolle — für verschiedene Intensitäten — versehen war. Die sämtlichen Zuleitungen waren aus sehr dickem Kupferdraht, ihr Widerstand war für die Versuche zu vernachlässigen. Durch eine einfache Quecksilberumschaltung konnte dann an Stelle des Versuchsdrahtes ein beliebiger Widerstand in den Stromkreis eingefügt werden, in dem das Galvanometer natürlich ungeändert verblieb; ebenso konnte an Stelle des ersten durch nochmalige Umschaltung ein zweiter Widerstand verwendet werden. Sind diese beiden Widerstände bekannt, so genügen die drei Intensitätsbestimmungen am Galvanometer zur Berechnung des Widerstandes, den der Versuchsdraht während des Durchganges des Stromes besass. Dabei ist natürlich eine nothwendige Bedingung, dass die beiden Vergleichswiderstände selbst durch den Strom nicht so weit erwärmt werden, dass sich dadurch ihr Widerstand in merklicher Weise ändert. Zu dem Zwecke waren alle Vergleichswiderstände aus 1 Mm. dickem Neusilberdraht gewählt, einem Materiale, das bekanntlich seinen Widerstand nur äusserst wenig mit der Temperatur ändert. Wenn man auch bei der Dicke von 1 Mm. und den verhältnissmässig schwachen Strömen keine Aenderung in ihrem Widerstande erwarten durfte, so habe ich es doch vorgezogen, mich noch speciell hiervon zu überzeugen. Es geschah dies auf die Weise, dass ein Stück 1 Mm. dicken Neusilberdrahtes in derselben Weise in den Stromkreis eingefügt wurde, wie sonst die Versuchsdrähte, dann wurde ein Strom, der nahezu die dreifache Intensität der stärksten sonst verwendeten hatte, durch ihn und das Galvanometer geschickt und gleichzeitig seine Verlängerung infolge Erwärmung durch diesen Strom gemessen. Diese Verlänge-

rung,
mittels
lenzthei
Versuch
bis zur
den W
Einfluss
Siemen
Weise
stimmt
wärmu
mehr v
Siemen
stande
gleichs
dingun

Is
sich w
durchw
des G
dann r
gescha
Draht

D
an ein
sind d
setzen

B
Draht
gleichs
gescha

wobei
electro
stante

nung, die, wie auch bei den anderen Versuchsdrähten mittelst Spiegelablesung bestimmt wurde, betrug einen Scalentheil, während die der Versuchsdrähte bei den folgenden Versuchen 70—160 Scalentheile betrug. Diese Erwärmung bis zur Verlängerung von einem Scalentheile hat aber auf den Widerstand des Neusilberdrahtes noch gar keinen Einfluss, denn wurde dessen Widerstand mittelst eines Siemens'schen Universal-Galvanometers — das in gleicher Weise auch bei den folgenden Versuchen diente — bestimmt, so zeigte es sich, dass man durch äusserliche Erwärmung den Neusilberdraht um funfzehn Scalentheile und mehr verlängern konnte, ohne dass das sehr empfindliche Siemens'sche Instrument eine Aenderung in dessen Widerstande anzeigte. Es ist also ausser Zweifel, dass die Vergleichswiderstände unter den vorliegenden Versuchsbedingungen als constant anzusehen sind.

Ist demnach die Stromintensität des Elementes für sich während der Versuchsdauer constant — und das war durchweg der Fall — so genügen die drei Ausschläge des Galvanometers, wenn einmal der Versuchsdraht und dann nach einander die beiden Vergleichswiderstände eingeschaltet sind, zur Berechnung des Widerstandes des Drahtes während seiner Erwärmung.

Die Galvanometerausschläge wurden mit dem Fernrohr an einer 3 M. vom Spiegel entfernten Scala abgelesen und sind demnach direct den Stromstärken proportional zu setzen.

Bezeichnet nun x den zu findenden Widerstand des Drahtes, W den des Elementes, R und R , die beiden Vergleichswiderstände, so liefert die Beobachtung, wenn R eingeschaltet ist:

$$J = k \cdot \frac{E}{W + R},$$

wobei J den zugehörigen Galvanometerausschlag, E die electromotorische Kraft des Elementes und k eine Constante bedeutet.

Die zweite Ablesung gibt:

$$J_1 = k \cdot \frac{E}{W + R},$$

und die dritte bei Einschaltung des Versuchsdrahtes:

$$J_{11} = k \cdot \frac{E}{W + x}.$$

Aus diesen drei Gleichungen bestimmt sich:

$$x = \frac{J_1}{J_{11}} \cdot R_1 + \frac{J_1 \cdot R - J_{11} \cdot R_1}{J_1 - J_{11}} \cdot \frac{J_1 - J_{11}}{J_{11}}.$$

Während nun der Draht durch den Strom auf seinem stationären Zustande und dem Widerstande x gehalten wird, bestimmt man gleichzeitig an einer zweiten Spiegelablesung, die mit seinem unteren Ende in Verbindung ist, seine Verlängerung. Bei der getroffenen Aufhängung des Drahtes war dessen Zustand während der Beobachtung wirklich ein stationärer, die Verlängerung änderte sich niemals um eine merkliche Grösse.

Ist diese Bestimmung gemacht, dann lässt man den Draht abkühlen bis zur ursprünglichen Temperatur und Länge, schaltet Element und Galvanometer aus dem Stromkreise aus und ersetzt dieselben durch eine Siemens'sche Widerstandsbusssole und ein sehr schwaches Element, das zwar vollkommen ausreicht, die Widerstandsbestimmung des Drahtes vorzunehmen, aber ihn selbst nicht merklich erwärmt. Dass die Bedingung erfüllt ist, erkennt man leicht daran, dass der Draht, der ohne jede Aenderung in seiner Aufhängung verbleibt, beim Durchleiten des Stromes keine irgend merkliche Verlängerung erfährt. Dieser Bedingung war in allen Versuchen genügt.

Wenn dergestalt der Versuchsdraht in den Kreis des Siemens'schen Widerstandsmessers eingeschaltet ist, stellt man den verschiebbaren Contact an letzterem Instrumente auf jenen Scalentheile der Theilung, auf welchem er stehen müsste, damit die Nadel des Instrumentes auf Null steht, wenn der zu messende Widerstand den Werth $= x$ hat. Dieser Theilstrich der Einstellung lässt sich, da x aus den

vorher
Instru
nehme

Is
Bunse
Metall
erwär
stetig
wachs
regulin
quem
sich zw
zugefü
mässig
den S
Thätig
einen
eingest
tur ein
Erwär
ihrer
entgeg
den W
auch
galvan
wurde.
zu löse
die N
Draht
ten zu
N
lesung
Differ
D
schen
obacht
durch

vorhergehenden Beobachtungen bekannt ist, aus der dem Instrumente beigegebenen Tabelle jederzeit leicht entnehmen.

Ist diese Einstellung gemacht, so wird mittelst eines Bunsen'schen Brenners die äussere, den Draht umgebende Metallröhre durch Bestreichen mit der Flamme allmählich erwärmt; man bemerkt dann eine langsam und vollkommen stetig zunehmende Verlängerung des Drahtes, deren Anwachsen man je nach der Art des Erwärmens vollkommen reguliren kann. Diese Methode zu erwärmen ist sehr bequem und praktisch, weil infolge des Luftmantels, der sich zwischen beiden Metallröhren befindet, die dem Drahte zugeführte Wärme vollkommen continuirlich und gleichmässig wächst. Hat man seit Beginn der Erwärmung den Strom geschlossen, also den Widerstandsmesser in Thätigkeit gesetzt, so zeigt die Nadel anfänglich natürlich einen Ausschlag, da das Instrument auf den Widerstand x eingestellt ist, der Draht aber bei gewöhnlicher Temperatur einen kleineren Widerstand hat. Je mehr aber die Erwärmung fortschreitet, um so mehr nähert sich die Nadel ihrer Ruhelage und wird dieselbe passiren, um in einen entgegengesetzten Ausschlag überzugehen, sobald der Draht den Widerstand x besitzt. In diesem Momente hat er aber auch dieselbe Temperatur als früher, wo er durch den galvanischen Strom bis zu gleichem Widerstande x erwärmt wurde. Um die Frage nach der galvanischen Ausdehnung zu lösen, ist es demnach nur nöthig, in dem Momente, wo die Nadel ihre Ruhelage passirt, die Verlängerung des Drahtes abzulesen und dieselbe mit der früher beobachteten zu vergleichen.

Nach Edlund und Streintz müsste die zweite Ablesung einen kleineren Werth ergeben als die erstere, die Differenz beider wäre die galvanische Ausdehnung.

Die ausserordentliche Empfindlichkeit des Siemens'schen Universalinstrumentes lässt bei dieser zweiten Beobachtung eine grosse Genauigkeit zu, um so mehr als man durch die allmähliche Verkleinerung des Nadelausschlages

auf den kritischen Moment vorbereitet ist. Merkt man, dass die Erwärmung eine bald genügende ist — dass die Nadel noch einen Ausschlag von etwa 2—3 Theilstrichen macht — so unterbricht man dieselbe; die der äusseren Metallröhre mitgetheilte Wärme reicht dann aus, den Draht ganz langsam um den noch fehlenden Rest zu erwärmen und die Nadel über die Gleichgewichtslage wegzutreiben. In dem Momente, wo die Nadel auf Null steht, in der Brücke des Instrumentes also kein Strom circulirt, wird die Verlängerung des Drahtes abgelesen, sein Widerstand ist dann gleich x . Sich selbst überlassen, wird, wenn die Erwärmung der Röhre eine passende war, und das ist jederzeit leicht zu erreichen, der Draht noch etwas zu viel sich ausdehnen und die Galvanometernadel einen kleinen Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite ausführen, der Widerstand also schon grösser als x sein. Durch die alsbald eintretende Abkühlung sinkt letzterer jedoch wieder, sowie die Verlängerung und die Nadel wird zum zweiten Male ihre Ruhelage passiren, in welchem Momente die Verlängerung abermals notirt wird.

Auf diese Weise erhält man eine Controlbeobachtung, die bei Ausführung der Versuche stets noch einmal wiederholt wurde, so dass die entsprechende Bestimmung eigentlich viermal gemacht wurde. Die nachfolgenden Beobachtungen werden zeigen, dass die so erhaltenen Zahlen stets sehr gut miteinanderübereinstimmen. Dass der Strom, welcher behufs der Widerstandsbestimmung während der äusserlichen Erwärmung des Drahtes durch denselben geschickt wurde, nicht etwa durch Polarisirung der schon vorhandenen Wärmeschwingungen die Verlängerung desselben vermehrte, beweist der Umstand, dass auch beim Maximum der Erwärmung durch Schliessung des Stromes sich die Verlängerung absolut nicht änderte.

Ich gehe nun an die Mittheilung der Beobachtungen, wobei ich mir die Bemerkung erlaube, dass die hier angeführten Versuche nicht etwa eine Auswahl umfassen, sondern ich theile alle überhaupt erhaltenen Resultate im

Folgen
Brauch

I.
Tempe
Intens
nur u
schlag
bestim
und n
consta

I
die ei
dersel
finden
mit x
R, be
Buch
durch
wärm

meter
Au

Ruhe

oder
Form

Einb

Folgenden mit, ein Umstand, der für die Beurtheilung der Brauchbarkeit einer Methode nicht ohne Einfluss ist.

I. Platin, hart.

I. Der untersuchte Draht hatte bei gewöhnlicher Temperatur einen Widerstand gleich 15.27.¹⁾ Da das zur Intensitätsmessung verwendete Spiegelgalvanometer eine nur ungenügende Dämpfung besass, so wurde der Ausschlag jeweilig durch Beobachtung der Schwingungsbogen bestimmt. Der Nullpunkt des Galvanometers wurde vor und nach jeder Beobachtung abgelesen, er zeigte sich sehr constant.

Im Nachfolgenden steht vor jeder Beobachtungsreihe, die einen Ausschlag ergibt, der Widerstand, der während derselben in den Stromkreis eingeschaltet war; der zu findende Widerstand des Versuchsdrahtes ist dabei immer mit x , der der beiden Vergleichswiderstände mit R und R , bezeichnet. Diese drei Bestimmungen sollen durch die Buchstaben A , B , C , die Bestimmung der Verlängerung durch den Strom mit D , die der Verlängerung durch Erwärmung mit E bezeichnet werden.

A. Widerstand $R = 15.00$. Nullpunkt des Galvanometers vor- und nachher = 702.5.

Ausschläge 774 846 779 841 783 838 787 834
790 831 793 828.

Ruhelage 811.2 811.2 811.0 811.2 811.5 811.5 811.2
811.2 811.2 811.2.

Mittel = 811.2.

Der Ausschlag war somit bei Einschaltung von:

$$R = 811.2 - 702.5 = 108.7,$$

oder unter Beibehaltung der oben bei Aufstellung der Formel für x angenommenen Bezeichnung ist

$$J = 108.7.$$

1) Die Widerstände sind im Folgenden immer in Siemens'schen Einheiten angegeben.

B. Darauf wurde der Widerstand R , = 30.00 eingeschaltet. Nullpunkt vor- und nachher 702.5.

Ausschläge 736 786 739 783 742 780 745 777

Ruhelage 761.7 761.7 761.7 761.7 761.7 761.7

Mittel = 761.7. Daraus J , = 59.2.

C. Widerstand = x (Versuchsdraht). Nullpunkt vor- und nachher 702.5.

Ausschläge 771 825 774 822 777 819 780 816

Ruhelage 798.7 798.7 798.7 798.7 798.7 798.7

Mittel = 798.7. Daraus J , = 96.2.

D. Bei Zimmertemperatur, also normaler Länge des Drahtes, stand das Fadenkreuz im Fernrohre immer auf 700 der Scala. Unter Δ ist im Nachfolgenden immer die Verlängerung in Scalentheilen verstanden, die der Draht durch den Strom während der vorhergehenden Intensitätsbestimmung (C) erfuhr.

Nullpunkt = 700, Ausschlag = 770, Also Δ = 70.

Ich will hier ein- für allemal erwähnen, dass der Ausschlag, der die Verlängerung des Drahtes angibt, während der ganzen Intensitätsbestimmung (C) stets constant war.

Aus den Beobachtungen A , B und C ergibt sich nach der oben mitgetheilten Formel:

$$x = 17.43.$$

Durch die Erwärmung des Stromes hatte der Widerstand des Platindrahtes somit um 2.16 zugenommen.

E. Es wurde nun der erwärmende Strom unterbrochen und in der oben beschriebenen Weise das Siemens'sche Widerstandsinstrument und das zur Widerstandsbestimmung dienende schwache Element mit dem Drahte verbunden; die äussere Metallröhre um den Draht wurde erwärmt, nachdem zuvor der verschiebbare Contact des Instrumentes auf die dem Widerstande 17.43 entsprechende Stelle der Theilung eingestellt war. Diese Manipulation soll im Folgenden bezeichnet werden durch:

$$\text{Einstellung} = x = 17.43.$$

Die folgenden Zahlen sind die Verlängerungen des

Drahtes in den Momenten, wo die Galvanometernadel ihre Ruhelage passirt, der erwärmte Draht also den eingestellten Widerstand x besitzt.

Es wurden immer vier Ablesungen, zwei bei Erwärmung und zwei bei Abkühlung, gemacht.

Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 770.5 771.0. Abkühlung 771.0 770.5.

Die beobachtete Verlängerung Δ , = 70.7 im Mittel aus diesen vier Beobachtungen.

Das Ergebniss dieses Versuches ist somit das folgende: Bei Erwärmung durch den galvanischen Strom bis zu einem bestimmten Widerstande verlängerte sich der Draht um $\Delta = 70$; bei äusserlicher Erwärmung bis zu gleichem Widerstande betrug die Verlängerung Δ , = 70.7. Die galvanische Ausdehnung δ wäre demnach gleich $\Delta - \Delta$, = -0.7 gewesen oder $\delta = -1\%$ der Wärmeausdehnung.

II. Die Stärke des bei dem vorhergehenden Versuche dienenden Stromes wurde vermindert.

A. Widerstand $R = 15.0$. Nullpunkt vor- und nachher 712.0.

Ausschl. 779.5 789.0 780.0 788.5 780.5 788.0 781.0 787.5

Ruhel. 784.4 784.4 784.4 784.4 784.4 784.4 784.4

Mittel = 784.4. $J = 72.4$.

B. Widerstand R , = 30.0. Nullpunkt vor- und nachher 713.0.

Ausschl. 752.0 753.5 752.0 753.5 752.0 753.5 752.0

Ruhelage 752.7 752.7 752.7 752.7 752.7

Mittel = 752.7. J , = 39.7.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor-u. nachher 712.0.

Ausschläge 785.5 776.5 783.0 777.0 782.5 777.5

Ruhelage 779.9 779.9 779.9 779.9

Mittel = 779.9. J , = 67.9.

D. Bestimmung der Verlängerung des Drahtes durch den Strom.

Nullpunkt = 700. Ausschlag = 734. $\Delta = 34$.

In diesem stationären Zustande hatte der Draht nach den Beobachtungen A, B, C den Widerstand $x = 16.21$.

E. Aeusserliche Erwärmung. Einstellung $x = 16.21$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 733.5 734.5 Abkühlung 734.0 734.5
Mittel = 734.1. Δ , = 34.1.

Das Resultat dieses zweiten Versuches ist somit: die galvanische Ausdehnung $\delta = \Delta - \Delta_1 = -0.1$ oder $\delta = -0.3\%$ der Wärmeausdehnung.

III. Die Intensität des Stromes verstärkt.

A. Widerstand $R = 15.0$. Nullpunkt vor- und nachher 714.5.

Ausschl. 862.0 844.5 861.0 845.5 860.0 846.5 859.0 847.5
Ruhelage 853.0 853.0 853.0 853.0 853.0 853.0 853.0
Mittel = 853.0. $J = 138.5$.

B. Widerstand $R_1 = 30.0$. Nullpunkt vor- und nachher 715.0.

Ausschl. 788.5 793.2 789.0 793.0 789.0 793.0 789.5 792.7
Ruhelage 791.0 791.0 791.0 791.0 791.1 791.1
Mittel = 791.0. $J_1 = 76.0$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 715.5.

Ausschl. 836.5 826.0 836.0 826.8 835.2 827.2 835.0
Ruhelage 831.1 831.1 831.2 831.1 831.1
Mittel = 831.1. $J_2 = 115.6$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 810.5. $\Delta = 110.5$.
Aus A, B und C folgt $x = 18.61$.

E. Einstellung = $x = 18.61$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 813.0 812.0 812.5
Abkühlung 813.0 812.0 812.5
Mittel = 812.5. $\Delta_1 = 112.5$.

Das Resultat dieses Versuches ist somit $\delta = \Delta - \Delta_1 = -2.5$ oder $\delta = -2.3\%$ der Wärmeausdehnung.

II. Kupfer, hart.

I. Bei Zimmertemperatur war der Widerstand des Drahtes = 0.98.

A. Widerstand $R = 1.0$. Nullpunkt vor- und nachher 717.0.

Ausschl. 775.0 771.2 774.8 771.5 774.8 771.8 774.5

Ruhelage 773.1 773.1 773.2 773.2 773.2

Mittel = 773.2. $J = 56.2$.

B. Widerstand $R, = 2.0$. Nullpunkt vor- und nachher 717.0.

Ausschl. 757.8 763.8 758.0 763.5 758.2 763.2 758.5 763.0

Ruhelage 760.8 760.8 760.8 760.8 760.8 760.8

Mittel = 760.8. $J, = 43.8$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 717.0.

Ausschl. 777.0 767.5 776.5 768.0 776.0 768.5 775.5 769.0

Ruhelage 772.1 772.1 772.1 772.1 772.1 772.1

Mittel = 772.1. $J,, = 55.1$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 774. $\Delta = 74$.

Aus A, B und C folgt $x = 1.07$.

E. Einstellung = $x = 1.07$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 775 775 Abkühlung 775 774

Mittel = 774.8. $\Delta, = 74.8$.

Die galvanische Ausdehnung dieses Kupferdrahtes ist somit $\delta = \Delta - \Delta,,$ $\delta = -0.8$ oder $\delta = -1.0\%$ der Wärmeausdehnung.

II. Die Intensität des Stromes wurde verstärkt.

A. Widerstand $R = 0.5$. Nullpunkt vor- u. nachher 713.7.

Ausschläge 806.0 805.5 806.0 805.5 806.0 805.5

Ruhelage 805.8 805.8 805.8 805.8

Mittel = 805.8. $J = 92.1$.

B. Widerstand $R, = 1.0$. Nullpunkt vor- und nachher 714.2.

Ausschläge 794.2 792.8 794.2 792.8 794.0 793.0

Ruhelage 793.5 793.5 793.5 793.5

Mittel = 793.5. $J, = 79.3$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 713.7.
 Ausschl. 787.0 792.0 787.0 791.8 787.2 791.5 787.5 791.2

Ruhelage 789.5 789.5 789.5 789.5 789.4 789.4

Mittel = 789.5. $J_{\text{II}} = 75.8$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 868. $\Delta = 168$.

Aus A, B und C folgt $x = 1.17$.

E. Einstellung = $x = 1.17$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 871 870 Abkühlung 871 871

Mittel 870.8. $\Delta_1 = 170.8$.

Daraus $\delta = \Delta - \Delta_1 = -2.8$ oder $\delta = -1.6\%$ der Wärmeausdehnung.

III. Strom geschwächt.

A. Widerstand $R = 0.5$. Nullpunkt vor- und nachher 712.5.

Ausschläge 775.0 773.0 775.0 773.0 775.0 773.2

774.8 773.2 774.8

Ruhelage 774.0 774.0 774.0 774.0 774.0 774.0 774.0

Mittel = 774.0. $J = 61.5$.

B. Widerstand $R = 1.0$. Nullpunkt vor- und nachher 712.5.

Ausschl. 764.8 766.8 764.8 766.5 765.0 766.5 765.0 766.5

Ruhelage 765.8 765.7 765.7 765.7 765.7 765.7

Mittel = 765.7. $J_1 = 53.2$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 712.5.

Ausschl. 765.5 764.0 765.0 764.0 765.0 764.0 765.0 764.0

Ruhelage 764.6 764.5 764.5 764.5 764.5 764.5

Mittel = 764.5. $J_{\text{II}} = 52.0$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 776. $\Delta = 76$.

Aus A, B und C folgt $x = 1.08$.

E. Einstellung = $x = 1.08$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 777.0 776.5 Abkühlung 777.0 776.5

Mittel = 776.8. $\Delta_1 = 76.8$.

Somit $\delta = \Delta - \Delta_1 = -0.8$ oder die galvanische Ausdehnung $\delta = -1.0\%$ der Wärmeausdehnung.

III. Eisen, weich.

Bei Zimmertemperatur hatte der Eisendraht einen Widerstand = 1.35.

I. A. Widerstand $R = 1.0$. Nullpunkt vor- und nachher 709.5.

Ausschläge 791.0 790.0 791.0 790.0 791.0 790.0

Ruhelage 790.5 790.5 790.5 790.5

Mittel = 790.5. $J = 81.0$.

B. Widerstand $R_1 = 1.5$. Nullpunkt vor- und nachher 709.5.

Ausschläge 780.2 782.0 780.5 781.8 780.5 781.8

Ruhelage 781.1 781.2 781.2 781.2

Mittel = 781.2. $J_1 = 71.7$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 709.5.

Ausschl. 777.8 771.8 777.2 772.0 777.0 772.2 776.8 772.5

Ruhelage 774.6 774.5 774.5 774.5 774.5 774.5

Mittel = 774.5. $J_2 = 65.0$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 832. $\Delta = 132$.

Aus A, B und C folgt $x = 1.95$.

E. Einstellung = $x = 1.95$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 835 834 Abkühlung 834 835

Mittel = 834.5. $\Delta_1 = 134.5$.

Somit $\delta = \Delta - \Delta_1 = -2.5$, die galvanische Ausdehnung somit $\delta = -1.8\%$ der Wärmeausdehnung.

II. Intensität des Stromes geschwächt.

A. Widerstand $R = 1.0$. Nullpunkt vor- und nachher 709.0.

Ausschläge 765.0 764.2 765.0 764.2 765.0 764.2

Ruhelage 764.6 764.6 764.6 764.6

Mittel = 764.6. $J = 55.6$.

B. Widerstand $R_1 = 1.5$. Nullpunkt vor- und nachher 708.0.

Ausschl. 756.0 758.0 756.2 758.0 756.2 758.0 756.2 757.8

Ruhelage 757.0 757.1 757.1 757.1 757.1 757.1

Mittel = 757.1. $J_1 = 49.1$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 709.0.
 Ausschläge 758.5 757.0 758.5 757.0 758.2 757.2
 758.2 757.2 758.2

Ruhelage 757.7 757.7 757.7 757.6 757.7 757.7 757.7
 Mittel = 757.7. $J_{,,} = 48.7$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 760. $\Delta = 60.0$.

Aus A, B und C folgt $x = 1.54$.

E. Einstellung = $x = 1.54$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 758 759 Abkühlung 758 758

Mittel = 758.2. $\Delta_1 = 58.2$.

Somit $\delta = \Delta - \Delta_1 = 1.8$ oder die galvanische Ausdehnung $\delta = 3.0\%$ der Wärmeausdehnung.

IV. Stahl, hart.

Bei Zimmertemperatur war der Widerstand des Stahldrahtes = 1.94.

A. Widerstand $R = 1.0$. Nullpunkt vor- und nachher 697.5.

Ausschläge 767.0 766.0 767.0 766.0 767.0

Ruhelage 766.5 766.5 766.5

Mittel = 766.5. $J = 69.0$.

B. Widerstand $R_1 = 1.5$. Nullpunkt vor- und nachher 797.5.

Ausschläge 758.5 757.5 758.5 757.5 758.5 757.5

Ruhelage 758.0 758.0 758.0 758.0

Mittel = 758.0. $J_1 = 60.5$.

C. Widerstand = x . Nullpunkt vor- u. nachher 695.5.

Ausschläge 745.8 743.8 745.8 743.8 745.8 743.8

Ruhelage 744.8 744.8 744.8 744.8

Mittel = 744.8. $J_{,,} = 49.3$.

D. Nullpunkt = 700. Ausschlag = 812. $\Delta = 112.0$.

Aus A, B und C folgt $x = 2.42$.

E. Einstellung = $x = 2.42$. Nullpunkt vor- und nachher 700.

Erwärmung 810 810 Abkühlung 810 810

Mittel = 810.0. $\Delta_1 = 110.0$.

Somit $\delta = \Delta - \Delta_1 = 2.0$, die galvanische Ausdehnung ist somit $\delta = 1.8\%$ der Wärmeausdehnung.

Die Resultate der vorhergehenden Versuche sollen nun noch übersichtlich in einer Tabelle zusammengestellt werden, wobei die galvanische Ausdehnung δ , oder die Differenz $\Delta - \Delta_1$, stets in Procenten der Wärmeausdehnung angegeben wird.

$$\delta = \Delta - \Delta_1$$

	Platin	Kupfer	Eisen	Stahl
Erster Versuch	-1.0	-1.0	-1.8	+1.8
Zweiter Versuch	-0.8	-1.6	+3.0	—
Dritter Versuch	-2.3	-0.8	—	—

Ich glaube, dass die vorstehenden Zahlen die Existenz einer sogenannten galvanischen Ausdehnung auf das bestimmteste negiren; ihre Grösse liegt unterhalb der von Edlund für letztere gefundenen Zahlen, ausserdem sind sie theils mit positivem, theils mit negativem Vorzeichen versehen; es kann demnach kein Zweifel darüber sein, dass sie den nothwendigen Beobachtungsfehlern zuzuschreiben sind, ebenso wie wohl auch die von Edlund erhaltenen Resultate, die sich in den Grenzen von 2.8 bis 6.5 Procent bewegen.

Ganz unverständlich bleiben jedoch Streintz's Beobachtungen, der eine galvanische Ausdehnung von 25.5 Procent bei Platin, 19.2 Procent bei Kupfer und 27.3 Procent bei Eisen fand, Grössen, die nur sehr weiten Grenzen der Beobachtungsfehler zuzuschreiben sind; einer richtigen Beobachtung dürfte es dagegen zuzuschreiben sein, dass Streintz für harten Stahl gar keine galvanische Ausdehnung erhielt — bei drei Versuchen 3.8, 2.9 und -0.8 — eine Beobachtung, die durch die exceptionelle Stellung, welche Streintz dem Stahl unter den Metallen einräumt, sicherlich falsch interpretirt ist.

Fasst man die Resultate der vorliegenden Arbeit ins

Auge, so wird man sagen müssen, dass die Versuche, die gegenwärtig über die Frage der galvanischen Ausdehnung vorliegen, keineswegs berechtigen, viel weniger zwingen, die Existenz einer solchen anzunehmen; und ich glaube, dass man bei Behauptung derselben um so vorsichtiger sein müsste, als die Frage nach der Ausdehnbarkeit der Körper durch die Electricität gewiss zu den fundamentalsten gehört.

IX. Erwiderung auf die von Zöllner gegen meine electrodynamischen Betrachtungen erhobenen Einwände; von R. Clausius.

In einer in Crelle J. LXXXII. p. 85 veröffentlichten Abhandlung¹⁾ habe ich die Gründe auseinandergesetzt, aus welchen ich geschlossen habe, dass das Weber'sche electrodynamische Grundgesetz mit der Vorstellung, dass bei einem in einem festen Leiter stattfindenden galvanischen Strome nur die positive Electricität sich bewege, unvereinbar ist. Gegen diese Auseinandersetzungen hat Hr. Zöllner im diesjähr. Aprilhefte von Pogg. Ann. Einwände erhoben, welche ich mir erlauben will, im Nachfolgenden zu besprechen.

Zunächst muss ich einige Stellen, in welchen Zöllner meine Ansichten unrichtig interpretirt, erörtern, um dann die rein wissenschaftliche Auseinandersetzung ohne Unterbrechung folgen lassen zu können.

Ich habe auf S. 89 meiner Abhandlung gesagt: „Der galvanische Strom müsste also, ähnlich wie ein mit einem Ueberschuss von positiver oder negativer Electricität geladener Körper, in jedem in seiner Nähe befindlichen leitenden Körper eine veränderte Vertheilung der Electri-

1) Im Auszuge mitgetheilt Beibl. I. p. 143.

cität hervorrufen. Auch für einen Magneten würde man, wenn man den Magnetismus durch moleculare electricische Ströme erklärt, ähnliche Wirkungen auf die umgebenden leitenden Körper erhalten. Solche Wirkungen sind aber, trotz der vielen Gelegenheit, die man dazu gehabt haben würde, nie beobachtet worden.“ Hierzu sagt Zöllner (p. 519), die in dem letzten Satze ausgesprochene Behauptung beruhe auf einem Irrthum, und führt dann, um dieses zu beweisen, Beobachtungen an, welche sich auf die Wirkungen der auf dem Leiter eines galvanischen Stromes befindlichen, auf seiner Oberfläche gelagerten freien Electricität beziehen.

Ich weiss wirklich nicht, wie Hr. Zöllner dazu kommt, den Umstand, dass ich die von der ruhenden freien Electricität ausgeübten Wirkungen, welche mit den von mir betrachteten, von der strömenden Electricität durch ihre Bewegung verursachten Wirkungen in gar keinem directen Zusammenhange stehen, unerwähnt gelassen habe, ohne weiteres als einen von mir begangenen Irrthum zu bezeichnen. Dass mir das Vorhandensein dieser freien Electricität bekannt gewesen ist, wird Hr. Zöllner wohl nicht bezweifeln, da ich in meinen früheren Untersuchungen an mehreren Orten speciell davon gesprochen habe,¹⁾ und wenn ich ihr Vorhandensein kannte, so musste ich auch wissen, dass sie eine Wirkung ausübt. Ich habe es aber in meinem oben citirten Ausspruche nicht für nöthig gehalten, ausdrücklich hervorzuheben, dass von dieser Art von Wirkung darin nicht die Rede sei, weil mir das aus dem übrigen Inhalte meiner nur auf die Wirkungen der bewegten Electricität bezüglichen Abhandlung selbstverständlich zu sein schien. Auch in dem Ausspruche selbst kommt eine Stelle vor, welche deutlich erkennen lässt, dass nicht von den Wirkungen der freien Electricität die Rede ist, nämlich der Satz, welcher dem von Zöllner angefochtenen Schlussatze unmittelbar vorausgeht und

1) S. meine Abhandlungensammlung Abth. I. p. 168 u. 203.

lautet: „Auch für einen Magneten würde man, wenn man den Magnetismus durch moleculare electriche Ströme erklärt, ähnliche Wirkungen auf die ihn umgebenden leitenden Körper erhalten.“ Bei diesen molecularen Strömen fällt nämlich jene bei galvanischen Strömen vorkommende freie Electricität ganz fort. Merkwürdigerweise hat aber Hr. Zöllner bei der Citirung meines Ausspruches gerade diesen Satz ausgelassen und durch Punkte ersetzt, obwohl die Beibehaltung des Satzes das Citat nur wenig verlängert haben würde, und der Satz an einer anderen Stelle, wo mein Ausspruch noch einmal citirt wird, auch wirklich beibehalten ist.

Uebrigens ist auch noch zu bemerken, dass nicht nur bei der theoretischen Betrachtung die Wirkung der ruhenden freien Electricität von derjenigen der strömenden Electricität zu trennen ist, sondern dass auch für die Beobachtung eine solche Trennung möglich ist. Man kann nämlich dem Leiter des galvanischen Stromes eine solche Form geben, dass die Theile, welche am meisten positiv electric sind, denen, welche am meisten negativ electric sind, sehr nahe liegen, z. B. die Form einer Spirale, welche aus zwei Lagen von Windungen besteht, die so gewickelt sind, dass die Windungen der zweiten Lage nach derselben Seite zurückgehen, von welcher die der ersten ausgingen. Dann hebt sich die von der freien Electricität ausgeübte Kraft zum grössten Theile auf, während die von der strömenden Electricität ausgeübte Kraft bestehen bleibt.

An einer anderen Stelle (p. 531) sagt Zöllner: „Man man jedoch hierüber verschiedener Ansicht sein, so viel steht fest, dass wenn das neue electrodynamische Grundgesetz von Clausius wesentlich die Bedingung enthält, dass ein Strom aus der Bewegung nur Eines Fluidums besteht, so dürfte es auf die Bewegungen der Electricität in Electrolyten nicht anwendbar sein. Clausius scheint indessen den hier angedeuteten Widerspruch nicht zu bemerken.“ Nachdem er dann als Beleg des Schlusssatzes angeführt hat, dass ich in meiner späteren Abhandlung

das Ge
entgege
gesetz
Hr. Cl
Electri
nicht r
siker d

H
dass ic
ich zw
handlu
sind a

D
gesetz
aus d
Bedin
eine v
Ableit
in me
ist no
druck
ström
er au
vanis
Rich
Elect
Ström
nimn

sich
nung
den
ausg
Einc
belic

das Gesetz auch auf den Fall angewandt habe, wo zwei entgegengesetzte Bewegungen beider Electricitäten vorausgesetzt werden, fährt er fort: „Wie man sieht, betrachtet Hr. Clausius gegenwärtig die Vorstellung, dass beide Electricitäten nach entgegengesetzten Richtungen strömen, nicht mehr als eine so complicirte, dass schon viele Physiker daran Anstoss genommen haben.“

Hier wird mir also der doppelte Vorwurf gemacht, dass ich einen Widerspruch nicht bemerkt habe, und dass ich zwischen der Abfassung der ersten und zweiten Abhandlung meine Ansicht geändert habe. Beide Vorwürfe sind aber gleich ungerechtfertigt.

Den ersten gründet Zöllner darauf, dass mein Grundgesetz wesentlich die Bedingung enthalte, dass der Strom aus der Bewegung nur Eines Fluidums bestehe. Diese Bedingung ist aber in meinen Abhandlungen nirgends als eine wesentliche bezeichnet. Vielmehr habe ich nach Ableitung des das Gesetz darstellenden Ausdruckes schon in meiner ersten Abhandlung¹⁾ ausdrücklich gesagt: „Dabei ist noch zu bemerken, dass die Zulässigkeit dieses Ausdruckes nicht auf den Fall, wo nur Eine Electricität als strömend vorausgesetzt wird, beschränkt ist, sondern dass er auch dann zulässig bleibt, wenn man annimmt, der galvanische Strom bestehe aus zwei nach entgegengesetzten Richtungen gehenden Strömen von positiver und negativer Electricität, wobei es gleichgültig ist, ob man diese beiden Ströme ihrer Stärke nach als gleich oder verschieden annimmt.“

Von der Richtigkeit dieses Ausspruches kann man sich leicht überzeugen, indem sich durch einfache Rechnungen nachweisen lässt, dass meine Kraftformel allen den Bedingungen, von welchen ich bei ihrer Ableitung ausgegangen bin, auch dann noch genügt, wenn man statt Einer Bewegung zwei entgegengesetzte Bewegungen mit beliebigen Geschwindigkeiten annimmt.

1) Crelle J. LXXXII. p. 117.

Diese Unabhängigkeit von der angenommenen Art der Bewegung betrachte ich als einen besonderen Vorzug meiner Formel vor denen von Weber und Riemann, denn nur eine solche Formel, welche diese Unabhängigkeit besitzt, kann gleichzeitig auf metallische und auf electrolytische Leiter passen. Dieser Allgemeinheit wegen habe ich in meiner zweiten Abhandlung die mit der Formel angestellten Rechnungen so ausgeführt, dass ich für beide Electricitäten beliebige Bewegungsgeschwindigkeiten vorausgesetzt habe, wobei man dann natürlich, wenn man die eine Electricität als ruhend betrachtet, nur die eine Geschwindigkeit gleich Null zu setzen braucht. Wie hieraus ersichtlich sein soll, dass ich zwischen der ersten und zweiten Abhandlung meine Ansicht geändert habe, verstehe ich nicht.

Nach diesen zu meiner persönlichen Rechtfertigung nöthigen Bemerkungen gehe ich nun zur Besprechung des eigentlich wissenschaftlichen Einwandes des Hrn. Zöllner über. Dieser Einwand ist sehr einfacher Art. Hr. Zöllner sagt nämlich, die Wirkung, welche nach dem Weber'schen Grundgesetze unter der Voraussetzung von nur Einer im festen Leiter beweglichen Electricität ein ruhender und constanter geschlossener Strom auf ruhende Electricität ausüben muss, sei so klein, dass sie sich der Beobachtung entziehe.

Die x -Componente dieser Kraft wird bestimmt durch die in meiner Abhandlung unter (4) angeführte Gleichung, nämlich:

$$\mathfrak{X} = -\frac{4h'}{c^2} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{d}{dx} \int \left(\frac{dV_r}{ds'}\right)^2 ds'.$$

Die Discussion der hierin gegebenen Formel beginnt Hr. Zöllner damit, dass er (p. 523) sagt, die Grösse $4h'$ bedeute „die Zahl von positiven electrostatischen Einheiten, welche in der Secunde durch den Querschnitt des Leiter-elementes mit der Geschwindigkeit $\frac{ds'}{dt}$ fliesst.“ Im gleich

darauf folgenden Absatze sagt er: „Um nun auch einen numerischen Werth für h' zu erhalten, d. h. für die Quantität positiver Electricität (gemessen in electrostatischen Einheiten), welche sich mit der constanten Geschwindigkeit $\frac{ds'}{dt}$ durch den Querschnitt des Leiterelementes ds' be-

wegt, . . .“ In diesem Satze scheint mir für h' dieselbe Definition gegeben zu sein, wie vorher für $4h'$. Die wirkliche Bedeutung von h' stimmt aber mit dieser Definition, mag sie sich auf h' oder auf $4h'$ beziehen, nicht überein. Sie ist auf S. 87 meiner Abhandlung dadurch bestimmt, dass ich gesagt habe, die in dem Elemente ds' sich bewegende positive Electricität solle $h'ds'$ heissen. Wenn man den Leiter auf einer längeren Strecke als gleich voraussetzt, so kann man noch einfacher sagen, h' bedeute die in der Längeneinheit des Leiters sich bewegende positive Electricität, was offenbar von der Zöllner'schen Definition ganz verschieden ist. Hr. Zöllner hat also meine Formel nicht einmal richtig aufgefasst. Indessen möge davon im Folgenden abgesehen werden, da es auf das Resultat der ganzen Betrachtung von geringerem Einflusse ist, als andere noch zu erwähnende Umstände.

Eine charakteristische Eigenthümlichkeit der obigen Formel ist die, dass der Differentialcoefficient $\frac{ds'}{dt}$, welcher

die Bewegungsgeschwindigkeit darstellt, nicht bloß in der ersten Potenz, sondern quadratisch in ihr als Factor vorkommt. Daraus folgt, dass, wenn die Stromstärke, d. h. die während einer Zeiteinheit durch einen Querschnitt fließende Electricitätsmenge, gegeben ist, der Werth der Formel noch wesentlich davon abhängt, wie man den Strom auffasst, ob man der strömenden Electricitätsmenge einen sehr grossen und ihrer Geschwindigkeit einen geringen Werth zuschreibt, oder ob man die Electricitätsmenge als geringer und dafür die Geschwindigkeit als grösser annimmt.

Zöllner stützt seine Betrachtungen auf die bekannten

Untersuchungen von Kohlrausch und Weber über die Zurückführung der Stromintensitätsmessungen auf mechanisches Maass,¹⁾ aus welchen die Verf. unter andern den Schluss gezogen haben (p. 281), dass in electrolytischen Leitern die Strömungsgeschwindigkeit so klein sei, dass man bei gewissen Annahmen über die Stromstärke und den Querschnitt des Leiters nur eine Fortbewegung um $\frac{1}{2}$ Mm. in der Secunde erhalte. Diesen Werth der Geschwindigkeit wendet Zöllner an und gelangt dadurch für \mathfrak{K} zu einem seiner Kleinheit wegen der Beobachtung nicht mehr zugänglichen Werthe. Hiergegen sind aber sehr erhebliche Einwände zu machen.

Betrachten wir zunächst nur die electrolytischen Leiter, so bezieht sich der obige Schluss von Weber und Kohlrausch auf die mittlere Geschwindigkeit aller im Electrolyten enthaltenen Theilmolecüle, also auf diejenige Geschwindigkeit, welche man erhalten würde, wenn man sich dächte, dass alle in dem Electrolyten enthaltenen positiven und negativen Theilmolecüle sich in gleicher Weise nach den beiden entgegengesetzten Richtungen bewegten. Macht man dagegen die, meiner Ansicht nach, viel wahrscheinlichere Annahme, dass nur verhältnissmässig wenige Theilmolecüle die betreffende Bewegung, durch welche die Electricität übertragen wird, ausführen, und dass diese dafür um so grössere Geschwindigkeiten haben, so erhält man dadurch für unsere vom Quadrate der Geschwindigkeit abhängende Grösse \mathfrak{K} natürlich entsprechend grössere Werthe.

Betrachten wir ferner statt der Electrolyten metallische Leiter, so tritt bei diesen der neue Umstand hinzu, dass nicht die Molecüle selbst mit den ganzen an ihnen haftenden Electricitätsmengen sich fortbewegen, sondern dass ein Uebergang von Electricität von Molecül zu Molecül stattfindet. Dabei ist nun nicht wohl anzunehmen, dass die ganze einem Molecüle angehörende Electricitätsmenge

1) Abh. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. III. p. 221.

dieses
sondern
sehr k
gehen,
schwin
Weber
daran
Meilen
und an
Wirku
der El
seits, r
von $\frac{1}{2}$
gewiss
auf d
cität
Leiter
schein
die Z
N
führu
vanise
man
entge
2
cular
netist
ström
Ström
die p
Kern
vork
Vors
dens
Rich
ten,

dieses verlasse und zu dem nächsten Molecule übergehe, sondern es ist viel wahrscheinlicher, dass verhältnissmässig sehr kleine Theile der ganzen Electricitätsmengen übergehen, wodurch man dann zu sehr viel grösseren Geschwindigkeiten gelangt. Wenn man daher auch, wie Weber und Kohlrausch ganz richtig hervorheben, nicht daran denken darf, die ungeheure, nach Tausenden von Meilen zählende Geschwindigkeit, welche Wheatstone und andere Forscher für die Fortpflanzung der electricischen Wirkung gefunden haben, als die Bewegungsgeschwindigkeit der Electricität selbst zu betrachten, so darf man andererseits, meiner Ueberzeugung nach, auch jenen kleinen Werth von $\frac{1}{2}$ Mm., welchen Weber und Kohlrausch für eine gewisse mittlere Geschwindigkeit berechnet haben, nicht auf die wirkliche Bewegungsgeschwindigkeit der Electricität anwenden, besonders wenn es sich um metallische Leiter handelt. In diesen ist die Geschwindigkeit wahrscheinlich in sehr hohem Maasse grösser, wodurch dann die Zöllner'sche Beweisführung vollkommen hinfällig wird.

Noch viel ungünstiger für die Zöllner'sche Beweisführung gestaltet sich die Sache, wenn man statt der galvanischen Ströme Magnete betrachtet. Bei diesen gelangt man zu einem Resultate, welches dem Zöllner'schen gerade entgegengesetzt ist.

Zunächst möge bemerkt werden, dass bei den Molecularströmen, aus welchen man nach Ampère den Magnetismus erklärt, die von Weber angenommene Doppelströmung noch unwahrscheinlicher ist, als bei galvanischen Strömen in festen Leitern. Wenn man sich denkt, dass die positive Electricität sich um einen negativ electricischen Kern wirbelartig herumbewege, so ist das eine den sonst vorkommenden mechanischen Vorgängen ganz entsprechende Vorstellung. Dass aber zwei verschiedene Fluida sich um denselben Mittelpunkt fort und fort in entgegengesetzten Richtungen bewegen und immer durcheinander gehen sollten, scheint mir fast undenkbar.

Ferner sind die Magnete für die Beobachtung der

hier in Betracht kommenden Kraft insofern besonders geeignet, als jene oben besprochene, bei galvanischen Strömen vorkommende freie Electricität, deren Mitwirkung die Erscheinungen complicirter machen und dadurch die Beobachtung erschweren kann, bei den Molecularströmen nicht vorkommt.

Zugleich ist auch die electrodynamische Gesamtwirkung der Molecularströme so gross, dass, wenn man einen einigermaassen starken Magneten durch ein ihn äusserlich umgebendes Solenoid von gleich grosser electrodynamischer Wirkung ersetzen wollte, man in demselben einen sehr starken Strom oder sehr viele Windungen anwenden müsste.

Zu diesen für den Magneten günstigen Umständen kommt aber noch ein anderer hinzu, welcher von so grosser Bedeutung ist, dass gegen ihn alle übrigen ganz in den Hintergrund treten.

Aus der schon oben angeführten, für die Kraftcomponente \mathfrak{X} geltenden Formel, nämlich

$$\mathfrak{X} = - \frac{4\mathfrak{H}}{c^2} \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \frac{d}{dx} \int \left(\frac{d\sqrt{r}}{ds'} \right)^2 ds'$$

geht hervor, dass die hier in Rede stehende Kraft sich in einer gewissen Beziehung ganz anders verhält, als die gewöhnlich betrachteten electrodynamischen Kräfte. Bestimmt man nämlich für einen sehr kleinen geschlossenen Strom, den wir der Einfachheit wegen als kreisförmig annehmen wollen, die auf einen anderen kleinen geschlossenen Strom oder auf einen Magnetpol ausgeübte Kraft, also die gewöhnliche electrodynamische Kraft, so findet man sie dem Flächeninhalte des Kreises proportional. Bestimmt man aber nach der obigen Formel die vom Kreisstrome auf eine ruhende Electricitätseinheit ausgeübte Kraft, so findet man, dass diese dem Umfange des Kreises proportional ist. Wie wesentlich dieser Unterschied ist, ergibt sich leicht aus folgender Betrachtung.

Construirt man innerhalb eines grossen Kreises sehr viele kleine Kreise, welche so nahe nebeneinanderliegen, dass sie den Flächeninhalt des grossen Kreises zum grössten Theile ausfüllen, und denkt sich einerseits den grossen Kreis und andererseits alle kleinen Kreise von gleich starken und in gleichem Sinne herumgehenden Strömen umflossen, so kann man die von dem grossen Kreisströme ausgeübte Kraft mit der von allen kleinen Kreisströmen zusammen ausgeübten Kraft vergleichen. Thut man dieses in Bezug auf die gewöhnliche electrodynamische Kraft, so findet man, dass die Gesamtkraft aller kleinen Ströme geringer ist, als die Kraft des einen grossen Stromes, wie es dem Umstande entspricht, dass die von allen kleinen Strömen umflossenen Flächen zusammen nicht so gross sind, als die von dem einen grossen Ströme umflossene Fläche. Stellt man die Vergleichung dagegen in Bezug auf die Kraft an, welche der Formel nach auf ruhende Electricität ausgeübt wird, so findet man, dass die Kraft der vielen kleinen Ströme die des einen grossen Stromes bei Weitem übertrifft, wie es dem Umstande entspricht, dass die Bahnlängen der kleinen Ströme zusammen viel grösser sind, als die Bahnlänge des einen grossen Stromes. Dieses Ueberwiegen der Gesamtkraft der kleinen Ströme über die Kraft des grossen Stromes ist um so stärker, je kleiner die ersteren sind, und je grösser demgemäss ihre Anzahl ist.

Kehren wir nun zur Betrachtung eines Magnetes zurück und denken uns um denselben ein Solenoid gebildet, welches so viele Windungen und eine solche Stromstärke hat, dass es, soweit es sich um die gewöhnliche electrodynamische Kraft handelt, ebenso stark wirkt, wie der Magnet, also wie alle in dem Magneten enthaltenen Molecularströme zusammengenommen, so findet in Bezug auf die der obigen Formel nach auf ruhende Electricität ausgeübte Kraft diese Gleichheit nicht statt, sondern die Molecularströme übertreffen das Solenoid in einem Verhältnisse, welches wegen der alle Vorstellung übersteigenden

Menge von Molecularströmen, die in einem Magneten annehmen sind, ganz ungeheuer gross sein muss.

Hieraus folgt, dass selbst dann, wenn man in der Formel eine so kleine Geschwindigkeit der Electricität, wie sie Zöllner annimmt, in Rechnung bringen wollte, und dadurch für das Solenoid zu einer sehr kleinen Kraft gelangte, man doch für den Magneten umgekehrt zu einer sehr grossen Kraft gelangen würde. Der Umstand, dass eine solche Kraft weder bei permanenten Magneten, noch auch bei Electromagneten, bei denen man den Magnetismus plötzlich entstehen und vergehen lassen kann, wahrgenommen wird, kann also als ein sicherer Beweis dafür angesehen werden, dass das Weber'sche Gesetz mit der Annahme, dass in den Molecularströmen eines Magnetes nur die positive Electricität ströme, nicht vereinbar ist.

Man könnte nun vielleicht sagen, dass das Hinzuziehen des Magnetismus, dessen Wesen doch noch hypothetisch sei, die Verhältnisse complicirter mache, und dass daher ein Schluss, welcher sich auf die Molecularströme eines Magnetes beziehe, weniger sicher sei, als ein solcher, der sich nur auf wirklich nachweisbare electricische Ströme beziehe. Indessen ist die Ampère'sche Theorie des Magnetismus eine so allgemein von den Physikern (auch von Weber selbst) angenommene, dass ein Widerspruch mit dieser Theorie schon allein ausreichen würde, das Weber'sche Grundgesetz als unhaltbar erscheinen zu lassen.

Schliesslich möchte ich noch einen Punkt berühren. Zöllner sagt in seinem Aufsatz an mehreren Stellen mit besonderem Nachdruck, dass mein Grundgesetz viel complicirter sei, als das Weber'sche. Dieses kann ich aber nicht so ohne weiteres zugeben.

Das Weber'sche Gesetz schliesst sich allerdings den bisher üblichen Ansichten über die Kräfte, welche zwei Punkte auf einander ausüben können, darin an, dass es diese Kräfte als einfache Anziehungen oder Abstossungen annimmt. Es fragt sich aber, ob diese Annahme irgendwie berechtigt ist. Wenn Newton die Kraft, welche zwei

mater
auf e
Anzie
Kraft
ander
einer
das v
kann
Verb
hand
übrig
geger
wegu
In d
dungs
tungs
Theil
Einfl
es sc
von 1
Strom
Einfl
die V
es is
gewis
sei,
Kraf
tung
der
frem
aus
klärt
diese
nur
über

An

materielle Punkte unabhängig von ihrer etwaigen Bewegung auf einander ausüben, ohne weiteres als eine gegenseitige Anziehung betrachtet, und wenn man ebenso von der Kraft, welche zwei ruhende Electricitätstheilchen auf einander ausüben, ohne weiteres annimmt, dass sie nur in einer Anziehung oder Abstossung bestehen könne, so ist das vollkommen berechtigt, denn zwei ruhenden Punkten kann man gar keine Kraft zuschreiben, welche von der Verbindungslinie seitlich abweiche, da kein Umstand vorhanden ist, durch welchen Eine seitliche Richtung vor den übrigen ausgezeichnet wäre. Bei derjenigen Kraft dagegen, welche zwei Electricitätstheilchen wegen ihrer Bewegungen auf einander ausüben, verhält es sich ganz anders. In diesem Falle gibt es in der That ausser der Verbindungslinie der Theilchen noch andere ausgezeichnete Richtungen, nämlich die beiden Bewegungsrichtungen der Theilchen, und es ist sehr wohl denkbar, dass diese einen Einfluss auf die Krafrichtung haben. Dasselbe gilt, wie es schon H. Grassmann in seiner schönen Abhandlung von 1845 ausgesprochen hat, von den Kräften, welche zwei Stromelemente auf einander ausüben.

Ich kann daher die in dieser Beziehung stattfindende Einfachheit nicht als eine solche betrachten, durch welche die Wahrscheinlichkeit des Gesetzes vermehrt würde, denn es ist gar nicht wahrscheinlich, dass ein wesentlich auf gewissen Vorbedingungen beruhendes Resultat einfacher sei, als die Vorbedingungen selbst, und dass also eine Kraft, welche durch Bewegungen bedingt ist, ihrer Richtung nach von den Bewegungsrichtungen unabhängig sei.

Ob die Einfachheit eines Gesetzes durch die Natur der Sache selbst gegeben oder durch eine der Sache fremde Voraussetzung entstanden ist, ergibt sich besonders aus der Leichtigkeit, mit welcher sich das Gesetz zur Erklärung aller bekannten Thatfachen anwenden lässt. In dieser Beziehung glaube ich, hält mein Grundgesetz nicht nur die Vergleichung mit dem Weber'schen aus, sondern übertrifft es bei weitem. Die Formel für das electro-

dynamische Potential ist bei beiden Gesetzen äusserlich ungefähr gleich einfach. Stellt man aber mit beiden Formeln Rechnungen an, um ponderomotorische und electromotorische Kräfte zu bestimmen, so findet man, dass diese Rechnungen sich mit meiner Formel viel einfacher gestalten, als mit der Weber'schen, und dass alle diejenigen Gesetze, welche über ponderomotorische und electromotorische Kräfte bis jetzt festgestellt sind, sich aus meiner Formel fast von selbst ergeben.

Bonn, Juli 1877.

X. Ueber eine von Hrn. Tait in der mechanischen Wärmetheorie angewandte Schlussweise; von R. Clausius.

Schon zu verschiedenen Malen hat Herr Tait ausgesprochen, dass der von mir als Grundsatz aufgestellte Satz, dass die Wärme nicht von selbst aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen kann, falsch sei, und dass daher die Priorität, welche meine ersten Untersuchungen über die mechanische Wärmetheorie vor den entsprechenden Untersuchungen von W. Thomson haben, und welche Thomson selbst anerkannt hat, bedeutungslos sei. Den Versuch einer wissenschaftlichen Begründung dieses Ausspruches hatte er bisher, soviel ich weiss, nur einmal gemacht,¹⁾ indem er gewisse auf die Thermoelectricität bezügliche Thatsachen angeführt hatte, welche seiner Meinung nach meinem Satze widersprächen. Ich habe aber damals in meiner Erwiderung²⁾ nachgewiesen, dass ein solcher Widerspruch nicht besteht, sondern dass jene Thatsachen, bei richtiger Auffassung der Sache, sogar eine schöne Bestätigung des Satzes liefern. In einem vor kurzem erschienenen Buche, „Lectures on some recent advances in Physical Science,

1) Phil. Mag. (4) XLIII. und Pogg. Ann. CXLV. p. 496.

2) Phil. Mag. (4) XLIII. und Pogg. Ann. CXLVI. p. 308.

second edition“, finde ich nun aber auf p. 119 einen neuen Gegengrund gegen meinen Satz angeführt, den ich mir erlauben will, nachstehend zu besprechen.

Hr. Tait führt eine von Maxwell angestellte Betrachtung an, welche sich darauf bezieht, wie man es sich etwa als möglich vorstellen könne, dass Wärme ohne einen gleichzeitigen Verbrauch von Arbeit aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen könne. Maxwell geht von der kinetischen Gastheorie aus, in welcher angenommen wird, dass in einer Gasmasse selbst dann, wenn keine Strömungen in ihr stattfinden und ihre Temperatur durchweg gleich ist, die Molecüle ungleiche Geschwindigkeiten haben, und seine Betrachtung besteht nach Tait in Folgendem: Er setzt den Fall, dass solche imaginäre Wesen, welche Thomson vorläufig Dämonen nennt — kleine Geschöpfe ohne Beharrungsvermögen, von ausserordentlicher Sinnenschärfe und Intelligenz und wunderbarer Beweglichkeit — (such imaginary beings, whom Sir W. Thomson provisionally calls demons — small creatures without inertia, of extremely acute senses and intelligence, and marvellous agility —) die Partikelchen eines Gases überwachten, welches sich in einem Gefässe befände, worin eine Scheidewand wäre, die sehr viele, ebenfalls von Beharrungsvermögen freie Klappen hätte, und dass diese Dämonen die Klappen in geeigneten Momenten öffneten und schlossen, und zwar so, dass sie die schnelleren Partikelchen aus der ersten Abtheilung des Gefässes in die zweite und eine ebenso grosse Anzahl langsamerer Partikelchen aus der zweiten Abtheilung in die erste liessen. Wenn dieser Fall stattfände, so würde natürlich das Gas in der zweiten Abtheilung allmählich immer wärmer und das in der ersten immer kälter werden, und somit Wärme aus einem kälteren in einen wärmeren Körper übergehen.

Was Hr. Maxwell aus diesem von ihm ersonnenen imaginären Vorgange für Schlüsse zieht, weiss ich nicht, da ich seine eigene Darstellung desselben nicht kenne,

kann mir aber von ihm kaum denken, dass er diesen Vorgang als Gegenbeweis gegen meinen Satz geltend macht. Hr. Tait dagegen nimmt keinen Anstand, dieses zu thun, indem er sagt, dieser Vorgang, für sich allein, sei absolut verhängnissvoll für meine Schlussweise (which, alone, is absolutely fatal to Clausius' reasoning).

Dieses kann ich in keiner Weise zugeben. Wenn die Wärme als eine Molecularbewegung betrachtet wird, so ist dabei zu bedenken, dass die Molecüle so kleine Körpertheilchen sind, dass es für uns unmöglich ist, sie einzeln wahrzunehmen. Wir können daher nicht auf einzelne Molecüle für sich allein wirken, oder die Wirkungen einzelner Molecüle für sich allein erhalten, sondern haben es bei jeder Wirkung, welche wir auf einen Körper ausüben oder von ihm erhalten, gleichzeitig mit einer ungeheuer grossen Menge von Molecülen zu thun, welche sich nach allen möglichen Richtungen und mit allen überhaupt bei den Molecülen vorkommenden Geschwindigkeiten bewegen, und sich an der Wirkung in der Weise gleichmässig theilnehmen, dass nur zufällige Verschiedenheiten vorkommen, die den allgemeinen Gesetzen der Wahrscheinlichkeit unterworfen sind. Dieser Umstand bildet gerade die charakteristische Eigenthümlichkeit derjenigen Bewegung, welche wir Wärme nennen, und auf ihm beruhen die Gesetze, welche das Verhalten der Wärme von dem anderer Bewegungen unterscheiden.

Wenn nun Dämonen eingreifen, und diese charakteristische Eigenthümlichkeit zerstören, indem sie unter den Molecülen einen Unterschied machen, und Molecülen von gewissen Geschwindigkeiten den Durchgang durch eine Scheidewand gestatten, Molecülen von anderen Geschwindigkeiten dagegen den Durchgang verwehren, so darf man das, was unter diesen Umständen geschieht, nicht mehr als eine Wirkung der Wärme ansehen und erwarten, dass es mit den für die Wirkungen der Wärme geltenden Gesetzen übereinstimmt.

Ich glaube daher meine Erwiderung auf den Ein-

wand
fassen
zieht,
sonder

U
vorko
runge
behal

X

Sch
ihm
über
fäng
cher
abge
gem
gege
son
lang
und
läng
wie
Fla
ver
sie
Fla
gu
län
be
sch
nu
die

wand des Hrn. Tait in die kurze Bemerkung zusammenfassen zu können, dass mein Satz sich nicht darauf bezieht, was die Wärme mit Hülfe von Dämonen thun kann, sondern darauf, was sie für sich allein thun kann.

Ueber die in der Vorrede des oben citirten Buches vorkommenden, ebenfalls auf mich bezüglichen Aeusserungen des Hrn. Tait, welche mehr persönlicher Art sind, behalte ich mir die Besprechung für einen anderen Ort vor.

Bonn, Juli 1877.

XI. *Ueber das Tönen der Luft in Röhren;* *von G. Ciamician.*

Schon im Jahre 1794 machte Chladni und noch vor ihm Higgins die Erfahrung, dass, wenn man ein Rohr über eine Wasserstofflamme hält, dasselbe zu tönen anfängt. Seitdem ist dieser Versuch unter dem Namen der chemischen Harmonica sehr bekannt, vielfach studirt und abgeändert worden. — Für die Richtigkeit der jetzt allgemein angenommenen, von Schrötter und Sondheim gegebenen Erklärung scheint mir folgender Versuch besonders zu sprechen. — Wenn man über die leuchtende, lange Flamme eines Bunsen'schen Brenners ein weites und entsprechend langes Rohr schiebt, so wird die Flamme länger, ohne irgendwie zu flackern oder gar zu tönen; so wie man die Luftlöcher des Brenners frei macht und die Flamme nichtleuchtend wird, beginnt sofort das Tönen; versucht man aber die Flamme zu verkleinern, so schlägt sie zurück. Im ersten Falle nämlich konnte die leuchtende Flamme die durch die Luftströmung erzeugte Beschleunigung des ausströmenden Gases ertragen und wurde daher länger. — Wird die Flamme nichtleuchtend gemacht, so bewirkt der Luftzug, anstatt die Gasausströmung zu beschleunigen, das Einsaugen von Luft durch die seitlichen nun offen stehenden Löcher des Brenners, und wird nun die Gaszuströmung durch Verkleinern der Flamme ver-

ändert, so kommt bald der Zeitpunkt, wo sich zuviel Luft im Brennerrohre ansammelt und die Flamme schlägt ein. Wenn man die Flamme nicht verkleinert, so halten sich Luft- und Gaszuströmung das Gleichgewicht, indem bald die eine, bald die andere etwas überwiegt. Einmal strömt durch die seitlichen Luftlöcher zuviel Luft in den Brenner ein und die Flamme beginnt zurückzuschlagen, dadurch verändert sich aber die Zugwirkung und es kann sich daher Gas im Brennerrohre ansammeln und im nächsten Momente die Flamme wieder emporschiessen. So kommt die Flamme ins Flackern, welches sich unter geeigneten Umständen bis zum Tönen steigern kann.

Noch ein anderer Umstand scheint mir bei der Bildung stehender Wellen in der Röhre eine Rolle spielen zu müssen. — Die erhitzte Luft hat einen gewissen Reibungswiderstand an den Wänden des Rohres zu überwinden, und dadurch wird sie sich langsamer bewegen, als wenn sie ungehindert strömen könnte. Da aber am Ende des Rohres dieser Widerstand plötzlich aufhört, so wird die Luft auf einmal sich schneller bewegen und somit eine momentane Verdünnung erzeugen, welche die äussere Luft und die nachdrückende Luft der Röhre auszugleichen bestrebt sein werden. — Dazu kommt ferner, dass die strömende Luft, wie sie sich aus dem Brennerrohre erhebt, als bewegte Luft einen geringeren Druck auf die umgebende, ruhende ausübt, und demnach diese das Bestreben erhält, in das Rohr zu dringen. — Somit geräth die ganze Luftsäule im Innern des Rohres in Schwingungen, die aber viel zu schwach sind, um irgendwie gehört zu werden; wenn aber die Flamme in der Röhre die entsprechende Bewegung vollführen kann, so vereinigen sich beide Factoren zu der resultirenden intensiven Bewegung, die eben als Ton gehört wird.

Man kann aber auch stehende Wellen in einer Röhre auf eine andere Weise erzeugen, welche von Rijke entdeckt, dann aber unabhängig auch von Hlasiwetz gefunden worden ist.

Wenn man in eine Röhre ein Drahtnetz circa in ein Viertel der ganzen Länge steckt, dieselbe dann über eine Flamme hält und, sobald das Netz rothglühend wird, die Röhre von der Flamme entfernt und sie dann vertical in derselben Stellung hält, so hört man einen Ton, der von der Röhre ausgeht und so lange anhält, als das Netz hinlänglich heiss bleibt. — Wenn man die Röhre umkehrt, so hört in der Regel das Tönen auf; horizontal gestellt tönt die Röhre niemals. Verlängert man durch einen Ansatz aus Glas oder Papier die schwingende Luftsäule, so wird der Ton tiefer, verkürzt man sie, so wird er höher; ein Beweis, dass man es hier mit stehenden Wellen zu thun hat. — Bringt man das Netz sehr nahe an den Enden der Röhre an, so kann man in keinerlei Weise die Röhre zum Nachtönen bringen, ebenso wenig, wenn das Netz sich in der Mitte befindet. — Ist die Röhre entsprechend lang und stellt man das Netz in einem Abstände vom Ende auf, der ungefähr $\frac{3}{8}$ der ganzen Länge ausmacht, so tönt die Röhre wie gewöhnlich, gibt aber, wenn man sie umkehrt, viel schwächer die höhere Octave des ersten Tones.

Die Erklärung dieses Phänomens, zu welcher mich eine Reihe von Versuchen geführt, ist folgende:

Zwei verschiedene, geradezu entgegengesetzte Factoren führen die Erscheinung herbei, die hemmende und die beschleunigende Wirkung des Drahtnetzes. Das heisse Netz erzeugt in der Röhre eine Strömung, und die bewegte Luft ist genöthigt, durch die vielen kleinen Oeffnungen des Netzes zu fliessen; allein, da die Summe aller Lücken des Netzes eine geringere Fläche darstellt, als jene der unteren Oeffnung des Rohres, so wird nach den Gesetzen des sogenannten aerodynamischen Paradoxon's unterhalb des Netzes eine Luftverdichtung entstehen. — Ausserdem mag vielleicht auch die Reibung an den Drähten die Bildung der Luftverdichtung unterhalb des Netzes begünstigen. — Wenn das Netz kalt wäre (der Luftzug dann auf eine andere Weise erzeugt werden würde), so

käme es zwischen der verdichteten Luft unter dem Drahtnetze und der Luft über demselben zu einem Gleichgewichtszustand, und es könnte nie zur Bildung einer intermittirenden Strömung kommen. Das glühend heisse Netz ertheilt indess der durchströmenden Luft einen Geschwindigkeitszuwachs, so dass oberhalb des Netzes sich eine momentane Verdünnung bilden muss. Die verdichtete Luft unter dem Netze muss mit vergrösserter Geschwindigkeit hinaufströmen. Infolge der Trägheit aber wird mehr Luft hinauffliessen, als gerade zur Herstellung des früheren Verhältnisses zwischen Luft unter- und oberhalb des Netzes nöthig wäre, und daher wird sich oberhalb desselben eine Luftverdichtung, unter dem Drahtnetze eine momentane Verdünnung bilden, die aber durch die nachrückende Luft und die besprochene Stauung derselben an den Drahtflächen sich in eine Verdichtung verwandeln wird, wodurch das Spiel von neuem beginnt. Diese Schwingungen pflanzen sich bis zum Ende der Röhre fort, werden dort reflectirt, die zurückgeworfene Welle kommt mit der ursprünglichen zur Interferenz und es bilden sich somit stehende Wellen, die eben das Tönen ausmachen. — Für diese Erklärung sprechen auch folgende Versuche: Wenn man ein sehr weitmaschiges Netz anwendet, oder wenn man einen spiralförmig eingerollten Draht oder einen ebenso beschaffenen Blechstreifen an die Stelle des Netzes steckt, so dass die Summe der Oeffnungen des Netzes gegen die untere Oeffnung des Rohres zu gross ist, so erfolgt kein Nachtönen. — Ebenso kann man nicht ein Tönen hervorrufen, wenn man das Netz kalt lässt und den Luftzug dadurch hervorbringt, dass man durch die Mitte des Netzes eine Glasröhre steckt, die mit der Gasleitung in Verbindung steht, und das Gas oberhalb anzündet. — Sofort aber beginnt das Tönen, wenn man die kleine Flamme sehr nahe über das Netz bringt.

Von Interesse ist es ferner, die Art und Weise der Schwingungen zu untersuchen, die Lage der Schwingungsbäuche und Schwingungsknoten zu ermitteln. An den

Enden
Schwin
weise
soglei
man s
befind
und l
entste
worfe
werde
das N
ist, u
Ende
lich
Röhr
ist, d
der l
stärk
Kno
mit
das
sein
Wir
Orts
die
doch
nich
Har
die
rufe
weg
Die
der
die
in
Ve

Enden der Röhre kann man das Vorhandensein von Schwingungsbäuchen, also Bewegungsmaxima, leicht nachweisen, indem kleine Gasflämmchen, denselben genähert, sogleich in Vibration versetzt werden. — Ferner kann man sich leicht überzeugen, dass dort, wo sich das Netz befindet und nach dem Früheren der Ort der stärksten hin- und hergehenden Bewegung ist, kein Schwingungsknoten entsteht, indem während des Tönens auf dasselbe geworfene leichte Körperchen in lebhaftes Hüpfen versetzt werden. Ebenso leicht lässt sich demnach einsehen, warum das Netz an bestimmte Stellungen in der Röhre gebunden ist, um ein Nachtönen hervorzubringen. — Da an den Enden des Rohres Schwingungsbäuche, in der Mitte folglich die Knotenfläche entsteht, vorausgesetzt, dass die Röhre ihren tiefsten Ton gibt, was in der Regel der Fall ist, so darf sich das Netz weder an den Enden noch in der Mitte befinden, denn am Schwingungsbauche ist die stärkste Bewegung mit Luft natürlicher Dichte, an der Knotenfläche abwechselnde Verdichtung und Verdünnung mit Luft in Ruhe verbunden. So wird das Netz zwischen das Bewegungsmaximum und Bewegungsminimum gestellt sein müssen, oder in $\frac{1}{4}$ der Länge des Rohres, damit die Wirkung die intensivste sei. Selbstredend wird mit der Ortsveränderung des Netzes innerhalb gewisser Grenzen die Intensität des Tönens abnehmen, aber ein solches doch entstehen müssen; die Höhe des Tones wird sich aber nicht ändern, da die Knotenfläche unverrückt bleibt.

Das eben Gesagte lässt sich auch auf die chemische Harmonica anwenden, denn auch dort kann, wie bekannt, die Flamme nur an bestimmten Stellen ein Tönen hervorrufen. — Sie hat an und für sich das Maximum der Bewegung, allein am Ende der Röhre ist Luft natürlicher Dichte, und da die erste Bedingung für das Schwingen der Flamme eine Verdünnung ist, so kann diese dort nicht die Schwingungen der Luftsäule vertragen; ebenso nicht in der Nähe des Knotens, da dort Verdichtungen auf Verdünnungen folgen, und sich die Luft in Ruhe befindet,

was dem Schwingen der Flamme widerspricht. Daher muss die Lage derselben zwischen Schwingungsknoten und Schwingungsbauch fallen, damit ihre Bewegungen mit jenen der Luft im Einklange stehen.

Befindet sich das Netz oder die Flamme in der oberen Hälfte des Rohres, so wird der Luftzug zu gering, um Schwingungen an der Flamme zu erzeugen, die der Schwingungsart der Luft in der Röhre entsprächen. Beim Netz wurde schon am Anfange erwähnt, dass, wenn die Röhre die entsprechende Länge hat, um einen genügend kräftigen Zug hervorzubringen, auch ein Tönen entsteht, wenn sich das Netz von oben an gerechnet in $\frac{3}{8}$ der Rohrlänge befindet. Dann schwingt die Luftsäule mit zwei Knoten und wie immer, muss auch hier das Netz zwischen Schwingungsbauch und Knoten liegen. — Die Vertheilung der Minima der Bewegung tritt darum ein, weil die entstehende Welle bald am Ende des Rohres anlangt und reflectirt wird, und folglich eine kürzere Schwingungsdauer hervorgerufen wird. Der Ton ist natürlich die höhere Octave des gewöhnlichen Tones der Röhre.

Wenn man endlich das Netz in die untere Hälfte der Röhre steckt und über die Flamme hält, so hört man zuerst einen hohen Ton; allein wenn das Netz ins Glühen kommt, so macht er bald einem tieferen Platz, dem gewöhnlichen Tone der Röhre. — Im ersten Falle reflectirt das kalte Netz die von der Flamme erzeugten Wellen, so dass wegen der baldigen Reflexion hier eine Wellenbildung in der Röhre entsteht, die einem hohen Tone entspricht. Wenn aber das Netz glühend wird, so tritt infolge der Beschleunigung, welche die Luft dadurch erhält, diese Reflexion in den Hintergrund, und das Netz beginnt seinerseits Schwingungen anzuregen, welche sich mit jenen der Flamme zu einem intensiven Tönen vereinen.

Wien, 24. Mai 1877.

XII. Die Spectren der salpetrigen und der Untersalpeter-Säure; von James Moser.

Das Gesetz, jede chemische Verbindung hat ihr eigenes Spectrum, liess mich erwarten, dass die Dämpfe der salpetrigen und die der Untersalpeter-Säure verschiedene Spectren zeigen würden.¹⁾

Dem war nicht so. Ob ich arsenige Säure oder Stärke mit Salpetersäure, ob ich allein Bleinitrat erwärmte, ob ich Kupfer unter Luftzutritt in Salpetersäure löste und die jedesmal sich bildenden rothbraunen Dämpfe oder auch die in der Bunsen'schen Kette sich entwickelnden spectroscopisch verglich²⁾ — gleichviel, ich fand nur Gelegenheit, eine Beobachtung des Herrn Luck³⁾ zu bestätigen: die Dämpfe der salpetrigen und die der Untersalpeter-Säure zeigen gleiches Absorptions-Spectrum.

Ich stellte mir krystallisirte Untersalpetersäure her und verflüssigte diese durch Erwärmen. Ein Theil der farblosen Flüssigkeit wurde unmittelbar verdampft, ein anderer erst, nachdem er mit Wasser versetzt und dadurch auch salpetrige Säure erzeugt war.

Immer dasselbe Resultat: die Spectren der beiden Dämpfe, die ich im Apparat mit Hilfe des Vergleichs-Prismas über einander erblickte, stimmten in allen ihren Linien überein.

Die Frage nach der Ursache der Gleichheit der Spectren lässt Herr Luck unentschieden; zur Erklärung der Thatsache sind nach ihm dreierlei Ansichten möglich:

1) Zwei verschiedene Körper haben gleiche optische Wirkung. 2) Die Absorption rührt von salpetriger Säure her. Untersalpetersäure ist aufzufassen nach der Gleichung $2\text{N}_2\text{O}_4 = \text{N}_2\text{O}_3, \text{N}_2\text{O}_5$. 3) Die Absorption ist durch Untersalpetersäure erzeugt. Salpetrige Säure zer-

1) Pogg. Ann. CLX. p. 177 u. 196.

2) Beschreibung des Apparates: l. c. p. 187.

3) Fresenius Z. S. f. anal. Chem. VIII. p. 402. 1869.

fällt beim Sieden in Untersalpetersäure und Stickoxyd, $N_2O_3 = NO_2 + NO$.

Es bleibt also noch die Frage: „Welches ist die Ursache der Gleichheit der Spectren?“ zu beantworten.

Nun hat 1868 Herr Salet¹⁾ unter der von den Herren Playfair und Wanklyn gemachten Voraussetzung, dass ein Molecül Untersalpetersäure, N_2O_4 , sich bei Erhöhung der Temperatur in 2 Molecüle NO_2 dissociire, aus den Dampfdichtebestimmungen der Herren Deville und Troost die den verschiedenen Temperaturen entsprechenden Zersetzungsgrade berechnet. Herr Salet machte ferner die Annahme, dass N_2O_4 ein farbloser, NO_2 ein braunrother Dampf sei. Eine Röhre mit Untersalpetersäuredampf erwärmte er, eine andere von constanter Temperatur verlängerte er, bis die Absorptionsspectren beider Röhren gleiche Intensität hatten. Die aus den Dissociationsgraden berechneten Verlängerungen der Röhre stimmten mit den beobachteten, so dass als erwiesen angesehen werden kann, dass reine dissociirte Untersalpetersäure, NO_2 , ein braunrother Dampf ist, der das in Rede stehende Absorptionsspectrum hervorruft.

Ferner zeigen die 1873 veröffentlichten Untersuchungen des Herrn Berthelot,²⁾ durch welche die der früheren Beobachter bestätigt werden, dass die Untersalpetersäure eine sehr beständige Verbindung, der salpetrige Dampf dagegen ein Gemenge sei, das auch Untersalpetersäure enthalte. Letzterer ist wieder die Farbe und das Spectrum zuzuschreiben.

Es gibt hiernach nur eine gefärbte, das Absorptionsspectrum erzeugende Stickstoff-Sauerstoff-Verbindung: NO_2 . Die salpetrigsauren Dämpfe sind ein Gemenge. Eine Ausnahme gegen das Gesetz: „Jede chemische Verbindung hat ihr eigenes Spectrum“ liegt nicht vor.

Berlin, Laboratorium des Herrn Prof. Helmholtz.

1) C. R. LXVII. p. 488.

2) C. R. LXXVII. p. 1450.

XIII. *Eine optische Täuschung; von Prof. Trappe.*

In jüngster Zeit habe ich eine optische Täuschung beobachtet, die mir völlig neu war und überhaupt noch nicht allgemein bekannt sein dürfte. Man verwendet nämlich jetzt zu Fenstern der Treppenfure, Corridore u. dgl. häufig Glasscheiben, die auf mattgeschliffenem Grunde regelmässige horizontale Reihen von durchsichtigen Sternen enthalten. Als ich neulich auf einem Treppenfure mit solchen Fenstern etwa $1\frac{1}{2}$ Meter weit von diesen stand und mich eine Zeit lang bemüht hatte, durch die durchsichtigen Sterne ein mehrere hundert Schritt entferntes Haus zu betrachten, erschienen mir die Fenster nicht in $1\frac{1}{2}$ Meter, sondern in 3 bis 4 Meter Entfernung, und als ich meine Aufmerksamkeit nun blos auf die Fenster richtete, konnte ich mit Musse die einzelnen Fensterscheiben und deren Sterne betrachten, ohne dadurch die Täuschung über ihre Entfernung aufzuheben. Es schien mir, als ob ich auf einem sehr geräumigen Balkon stände. Dabei erschienen die einzelnen Sterne und deren Entfernung in demselben Maasse vergrössert, wie die Entfernung der Fenster von mir, und wenn ich mich letzteren näherte, so näherten sich dieselben mir in derselben Weise, wie ein Planspiegel-Bild sich dem Beobachter nähert, wenn er auf den Spiegel losgeht.

In den in Rede stehenden Fensterscheiben waren die Mittelpunkte der Sterne in horizontaler Richtung 5 Ctm. von einander entfernt, in verticaler Richtung standen die Reihen nur $2\frac{1}{2}$ Ctm. von einander und zwar so, dass während je 4 Sterne der 1., 3., 5. . . . Reihe die Ecken von Quadraten bildeten, je ein Stern der 2., 4., 6. . . . im Mittelpunkte derselben stand.

Die Erklärung der Erscheinung liegt nahe. Wenn man irgend ein Object betrachtet, so stellen sich die Augenaxen so convergirend, dass sie in einem Punkte des

Objectes zusammentreffen. Die Betrachtung des Hauses ist bei den gegebenen Entfernungen nur dadurch möglich, dass die Augenaxen nicht durch einen Stern, sondern durch zwei benachbarte Sterne gehen. Dann liegen die Bilder der beiden Sterne auf der Netzhaut der Augen fast so, als ob sie bloß von einem Sterne erzeugt würden. (Bei einer bestimmten Entfernung des Hauses, welche abhängig ist von der Entfernung der beiden Augenmittelpunkte von einander, zweier benachbarter Sterne, und der Entfernung des Beobachters vom Fenster, liegen die Netzhautbilder genau so, als ob sie von einem Sterne erzeugt würden. In diesem Falle erscheinen die Fensterscheiben genau in derselben Entfernung wie das Haus.) Sobald man nun die Aufmerksamkeit bloß auf die Fenster richtet, so stellen sich unwillkürlich die Augenaxen so convergirend (d. h. die Convergenz vergrößert sich allmählich so), dass die Bilder der beiden Sterne auf die zwei entsprechenden Stellen der Netzhaut fallen, d. h. auf diejenigen, wohin sie fallen würden, wenn der Beobachter nur einen Stern betrachtete. Und nun erscheinen beide Sterne nur als einer, und zwar in derjenigen Entfernung vom Beobachter, wo sich die Augenaxen schneiden, d. i. ein ganzes Stück hinter dem Orte, wo sie sich wirklich befinden.

Nähert man sich dem Fenster, so müssen die Augenaxen sich noch convergenter stellen, um nur einen Stern zu sehen; daher rückt das Trugbild dem Beobachter näher.

Eine Bestätigung für die Richtigkeit der Erklärung liegt darin, dass wenn man den Versuch mit Fensterscheiben anstellt, auf welchen die Sterne näher an einander liegen, die scheinbare Ortsverschiebung geringer ist. Ferner kann man es bei einiger Uebung auch leicht dahin bringen, ohne dass man vorher einen entfernten Gegenstand durch die Sterne betrachtet, die Augenaxen so zu drehen, dass zwei benachbarte Sterne scheinbar näher und näher aneinanderrücken und endlich zusammenfallen; in demselben Augenblicke tritt die Täuschung der Orts-

verschi
so lang
wirkli

Di
frappan
lässt, v
dadurc
liefert,
Gegens
Conver
stützen
Gegens
fernten
der H
Unters
grosse,
Ebense
Beweis
stande
Denn
schung
vom A
nächst
losmac

D
graphi
letzter
solche
Punkte
grösse
serer

D
beschr
schein
kreisfö
der b
Erfolg

verschiebung der Fenster ein und bleibt ohne Anstrengung so lange bestehen, bis man die Augen gewaltsam zwingt, wirklich nur einen Stern zu betrachten.

Die hier beschriebene optische Täuschung ist so frappant, dass sich ihr nur diejenige an die Seite stellen lässt, welche das Stereoskop erzeugt, und ist ausserdem dadurch interessant, dass sie einen schlagenden Beweis liefert, dass wir unser Urtheil über die Entfernung eines Gegenstandes von uns hauptsächlich auf die Grösse der Convergenz der Augenaxen bei Betrachtung desselben stützen. Hieraus ist erklärlich, warum wir sehr entfernte Gegenstände, z. B. die einzelnen Bergkuppen eines entfernten Gebirges für gleich weit von uns halten, warum der Himmel als Halbkugel erscheint u. dgl. (weil der Unterschied der Convergenz der Augenaxen für sehr grosse, aber verschiedene Entfernungen unmerklich wird). Ebenso gibt die Erscheinung einen recht augenfälligen Beweis, dass unser Urtheil über die Grösse eines Gegenstandes von dem Urtheile über seine Entfernung abhängt. Denn wir sehen während der Dauer der genannten Täuschung die Sterne sehr gross, weil wir ihre Entfernung vom Auge für grösser halten, als sie wirklich ist, und im nächsten Augenblicke, wo wir uns von der Täuschung losmachen, in ihrer wirklichen Kleinheit.

Die durch ein Stereoskop erzeugten Bilder von Photographien liegen in grösserer Entfernung vom Auge, als letztere selbst, weil die Gläser des Instrumentes eine solche Ablenkung der Lichtstrahlen zweier entsprechender Punkte bewirken, dass diese ihren Durchschnittspunkt in grösserer Entfernung haben. Weil nun das Bild in grösserer Entfernung liegt, so halten wir es für grösser.

Die Erscheinung lässt sich in Ermangelung der oben beschriebenen Glasscheiben auch durch einen Bogen durchscheinenden Papiere hervorbringen, in welchem man kreisförmige Löcher von $1\frac{1}{2}$ bis 2 Ctm. Durchmesser in der beschriebenen Weise anbringt; auch dürfte es den Erfolg nicht beeinträchtigen, wenn man den Löchern in

horizontaler, wie in verticaler Richtung gleichen Abstand gibt, so dass dieselben gleiche Horizontal- und Verticalreihen bilden.

XIV. *Berichtigung von A. H. Pareau.*

Herr Prof. A. Horstmann hat in einem Briefe, den ich schon Ende Juni empfang, mich von einem Irrthume überzeugt, welchen ich in meiner Abhandlung über die Dampfspannung bei der Dissociation krystallwasserhaltiger Verbindungen¹⁾ begangen habe. Es freut mich, denselben hier berichtigen zu können, da jetzt meine Versuche in der Dissociationstheorie Horstmann's eine Stütze finden.

A. a. O. habe ich neuerlich behauptet, dieser hätte bei der theoretischen Behandlung desselben Gegenstandes²⁾ eine *petitio principii* begangen und der Satz, dass die Dampfspannung von dem Grad der Zersetzung unabhängig sei, folge nicht aus den Voraussetzungen seiner Theorie.

Ich glaubte, dass bei der Differentiation von

$$S(1-x) \left\{ Z_3' + Ak \log \frac{u}{u_0} \right\}$$

nach x , die Grösse x nicht verschwinden könnte, wenn u von x abhängig ist. Und doch ist dem so, was leicht einzusehen, wenn man bedenkt (dies hatte Horstmann in Liebig's Ann. zu bemerken unterlassen), dass $u = \frac{V}{1-x}$, wobei V das constante Volumen des Raumes bedeutet, worin die Dissociation vor sich geht.

Haag, 15. August 1877.

1) Diese Ann. N. F. I. p. 40.

2) Liebig's Ann. CLXXIX. p. 199.